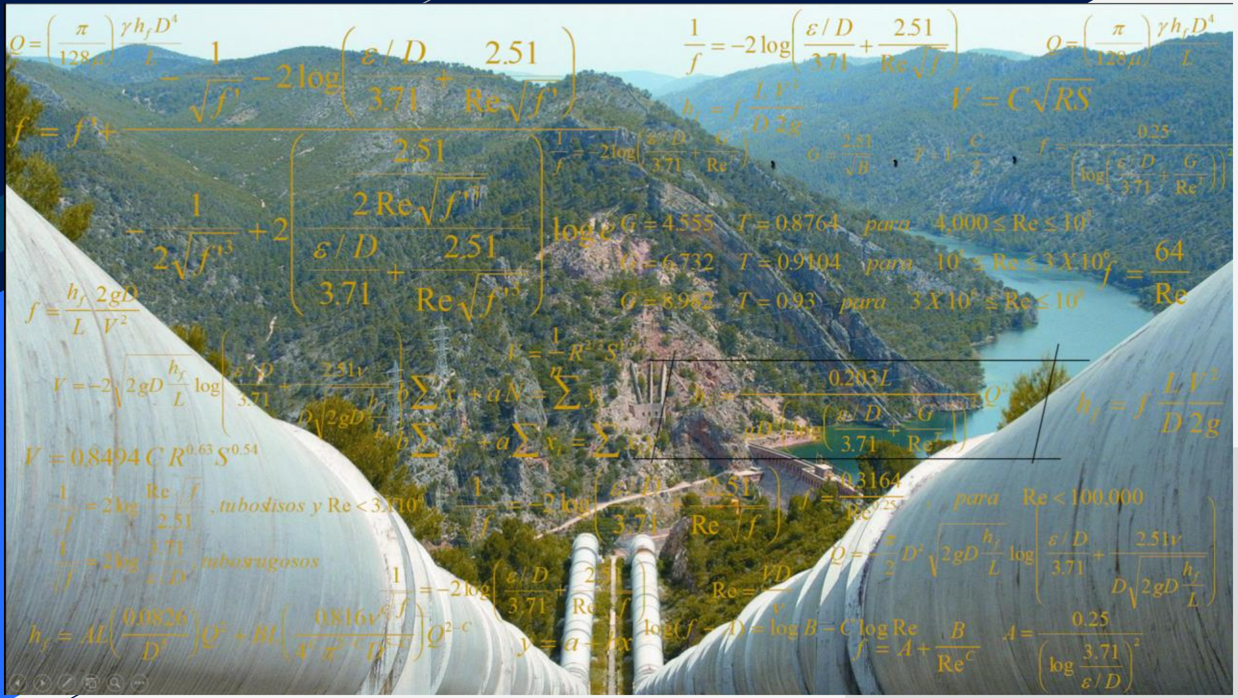
Webinar 27



Las ecuaciones de pérdidas de energía en tuberías a presión

Dr. José Óscar Guerrero Ángulo

Consultor Privado y Presidente de la Asociación de la AMH – Sección Sinaloa

06 de agosto del 2020

Tipos de redes de tuberías

- Agua potable
- Riego presurizado
- Instalaciones Hid. en edificios
- Instalaciones Hid. en industrias
- Acueductos
- Oleoductos

Elementos en las redes de tubos

- Fuente de abastecimiento
- Bombas
- Turbinas
- Elementos para el transitorio
- Tubos
- Tanques
- Válvulas
- Tomas

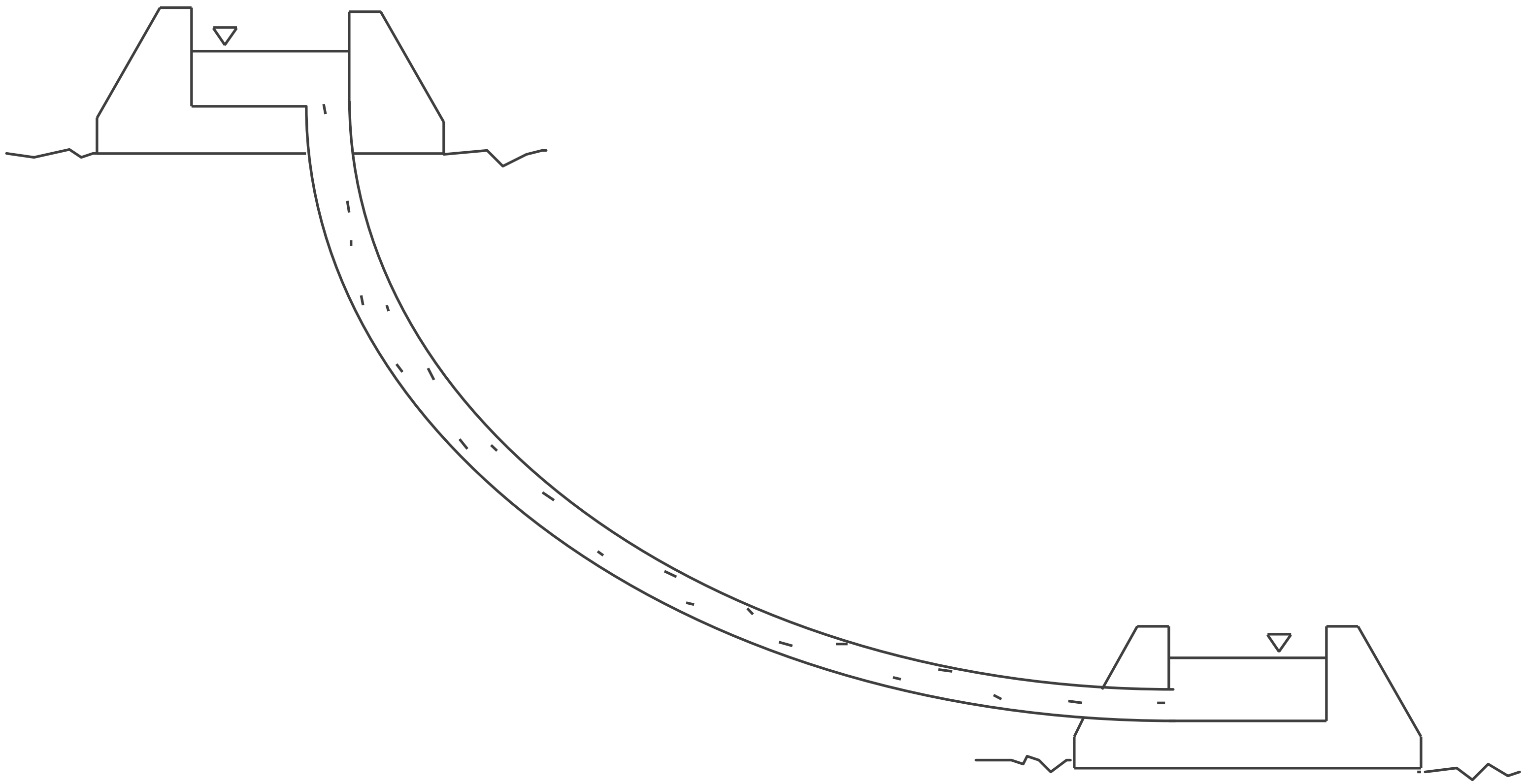
Problemas	Necesidades
Revisión	Presiones y caudales
Diseño óptimo	Geometría de los elementos
Calibración	Rugosidad de los tubos, demandas y fugas de agua
Calidad de los fluidos	Concentración de sustancias

Requerimientos para resolver un problema específico

- Datos de la red
- Modelo de simulación hidráulica
  - Funcionamiento de los elementos
  - Procedimiento de modelación
  - Método de solución numérica
  - Programa de cómputo

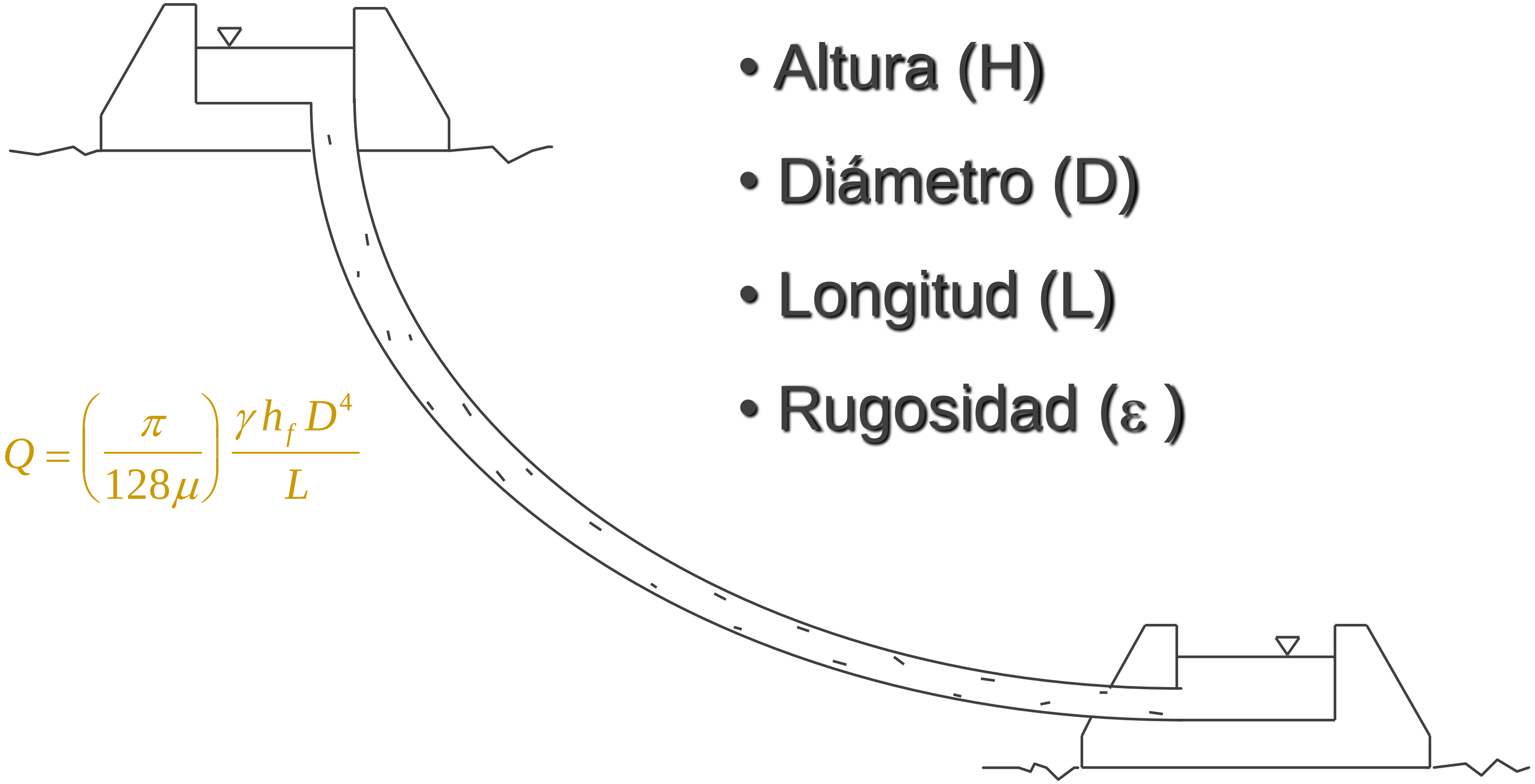
El flujo en un tubo

- (1846) Poiseuille:



El flujo en un tubo

- (1846) Poiseuille:



$$Q = \left(\frac{\pi}{128\mu}\right)\frac{\gamma h_f D^4}{L}$$

Cómo influye el Caudal con:

- Peso específico (γ)
- Altura (H)
- Diámetro (D)
- Longitud (L)
- Rugosidad (ε)

Ecuaciones para fluidos en tubos

- 1769 Chezy

$$V = C\sqrt{RS}$$

- 1846 Poiseuille

$$Q = \left(\frac{\pi}{128\mu}\right)\frac{\gamma h_f D^4}{L}$$

- 1845-1855 Darcy-Weisbach

$$h_f = f\,\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

- 1880 Osborne Reynolds

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\nu}$$

Ecuaciones para fluidos en tubos

- 1890 Robert Manning

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$$

- 1905 Allen Hazzen y Gardner S. Williams

$$V = 0.8494\, C\, R^{0.63} S^{0.54}$$

- 1913 Blasius

$$f = \frac{0.3164}{\mathrm{Re}^{0.25}} \quad , \quad para \quad \mathrm{Re} < 100{,}000$$

- 1926-1933 Nikuradse, Prandtl y Von Kármán

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\frac{\mathrm{Re}\sqrt{f}}{2.51}\text{, tubos lisos y } \mathrm{Re} < 3X10^{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\frac{3.71}{\varepsilon / D}\text{, tubos rugosos}$$

- 1937 Colebrook y White

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3.71} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$$

Ecuaciones para estimar las pérdidas

- Darcy-Wesbach

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

- Poiseuille para flujo laminar

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

- Colebrook-White para flujo turbulento

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon / D}{3.71} + \frac{2.51}{\mathrm{Re} \sqrt{f}} \right)$$

Ecuación de la velocidad y el caudal

- **1969 Hydraulics Research Station**

  - De la ecuación de Darcy-Wesbach se obtiene

$$f = \frac{h_f}{L}\frac{2gD}{V^2}$$

  - Sustituyendo ésta y la del No. de Reynolds en la de Colebrook-White

$$V = -2\sqrt{2gD\frac{h_f}{L}}\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3.71} + \frac{2.51\nu}{D\sqrt{2gD\frac{h_f}{L}}}\right)$$

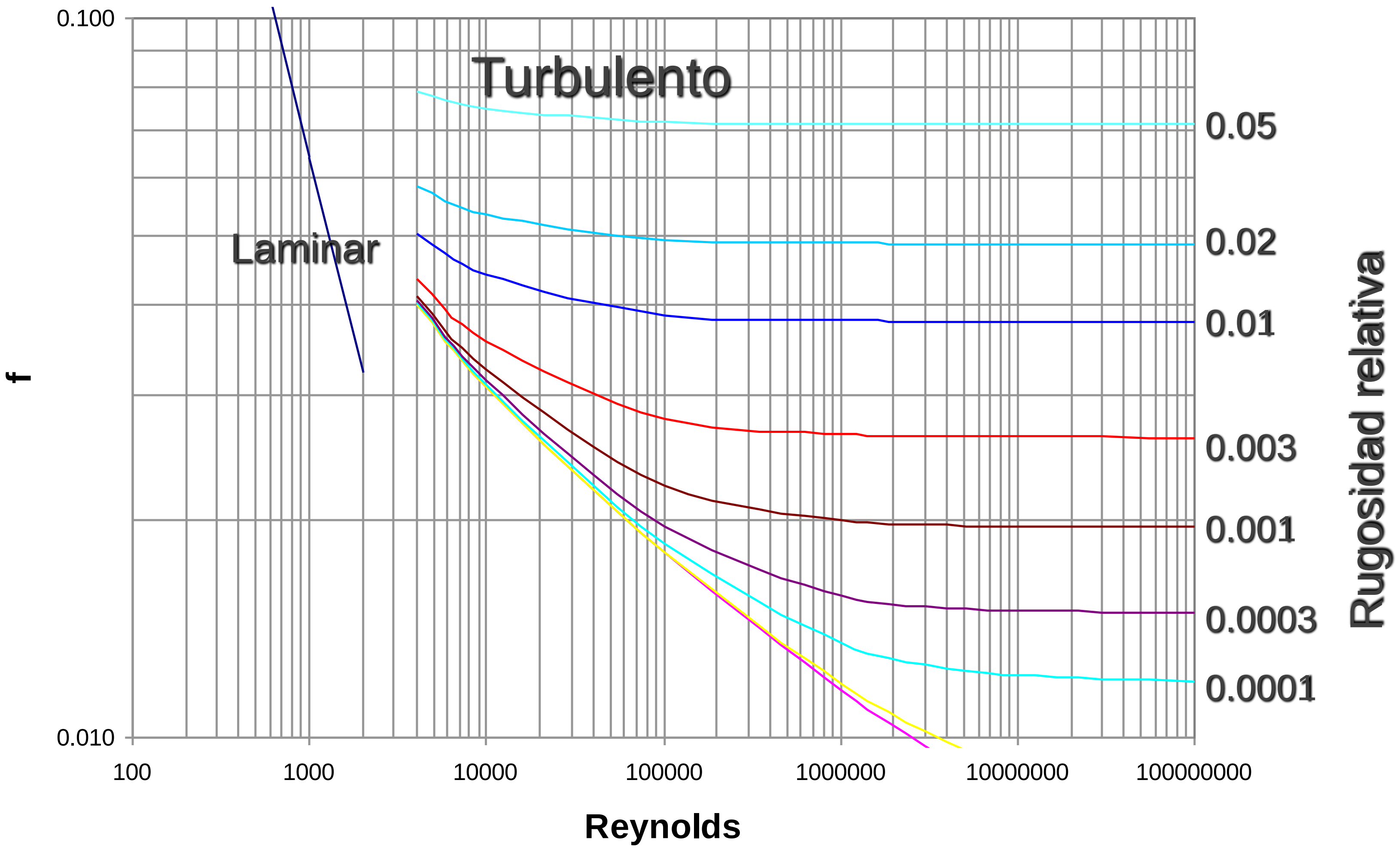
  - Sustituyendo la ecuación del caudal

$$Q = -\frac{\pi}{2}D^2\sqrt{2gD\frac{h_f}{L}}\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3.71} + \frac{2.51\nu}{D\sqrt{2gD\frac{h_f}{L}}}\right)$$

Ecuación de las pérdidas

- No es una ecuación explícita
- Moody propuso una solución gráfica
- Dificultades para aplicarlo en una red
- Se continuaron usando las ecuaciones empíricas de Mannin y de Hazzen-Williams

Diagrama de Moody



Procedimiento numérico

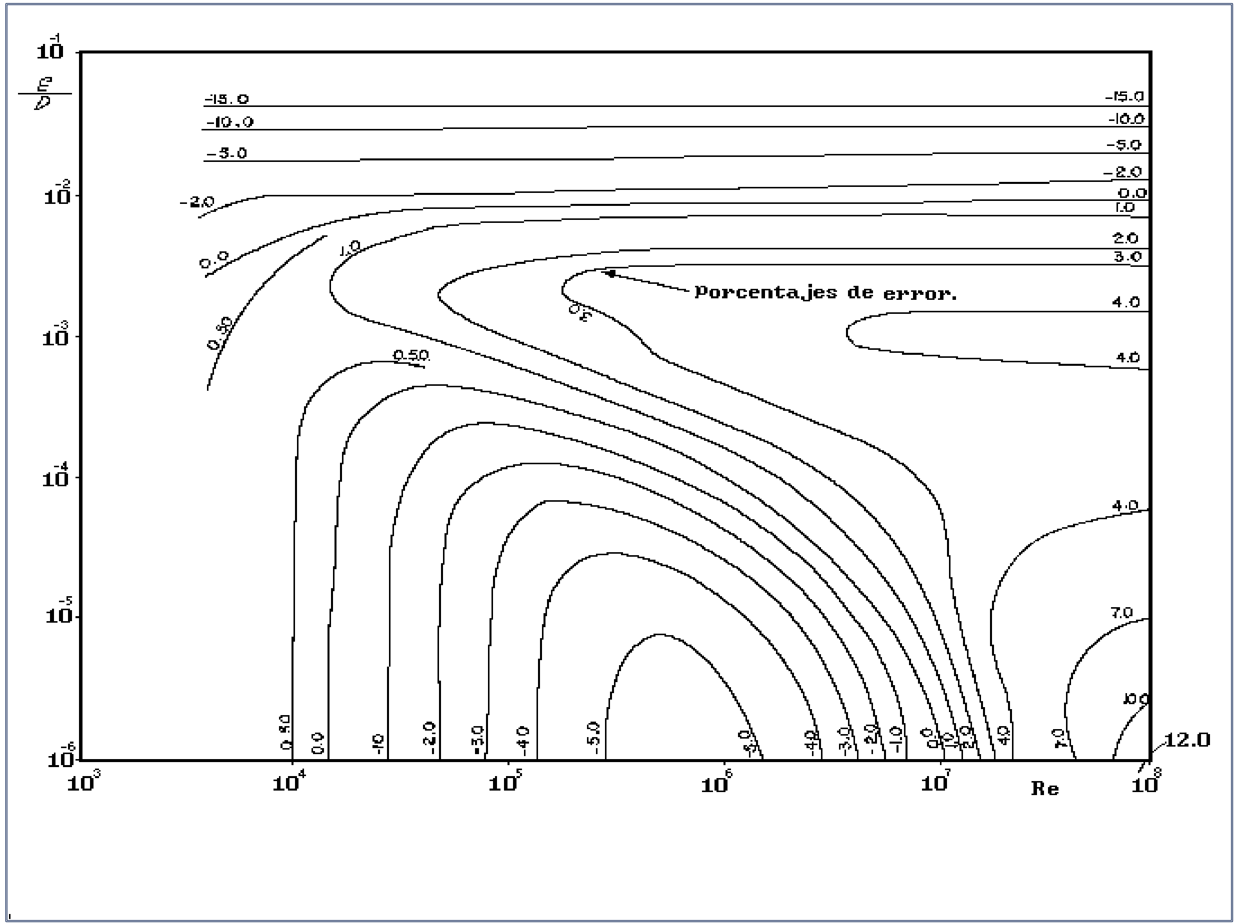
- Método de Newton-Raphson

$$f = f' + \frac{-\frac{1}{\sqrt{f'}} - 2\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3.71} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f'}}\right)}{-\frac{1}{2\sqrt{f'^3}} + 2\left(\frac{\frac{2.51}{2\,\mathrm{Re}\sqrt{f'^3}}}{\frac{\varepsilon / D}{3.71} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f'^3}}}\right)\log e}$$

Ecuaciones explícitas de f

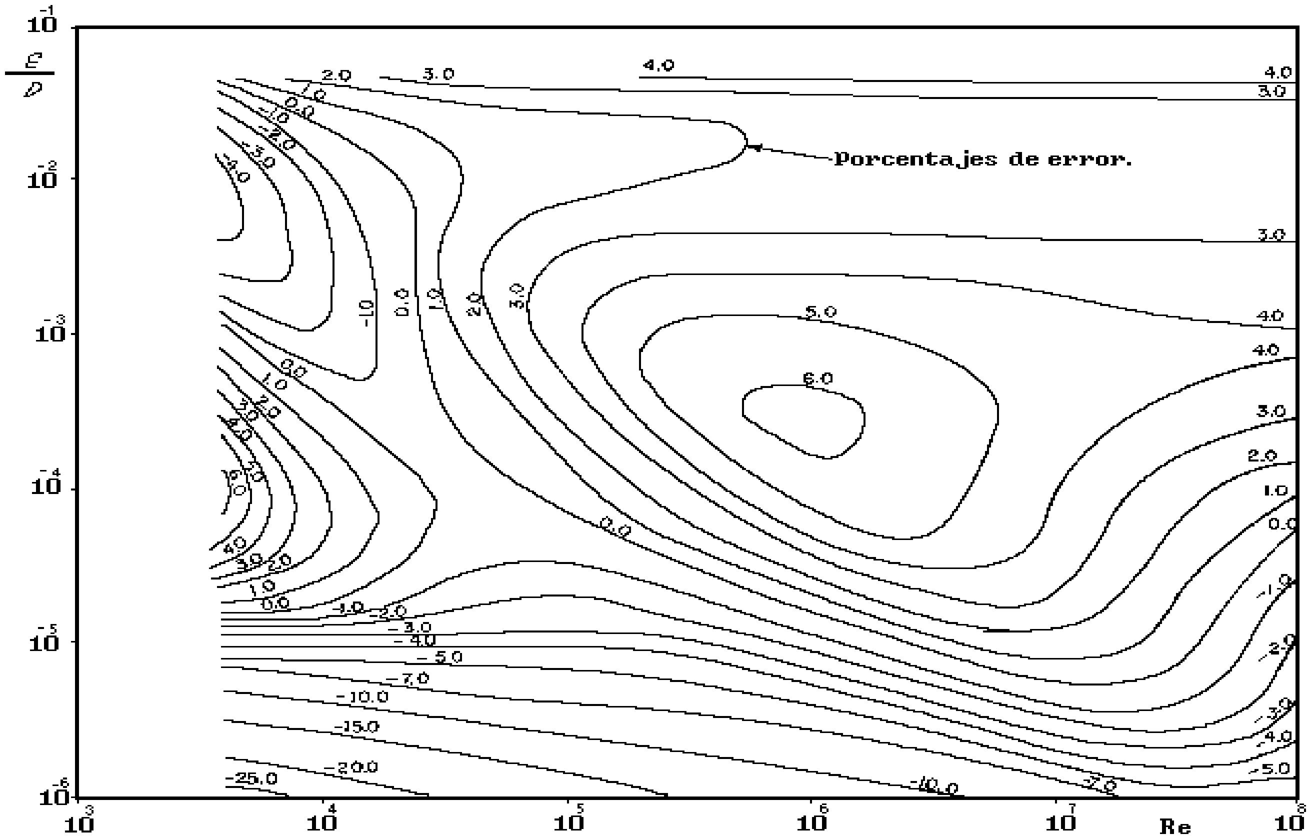
- **1944 Moody** $$f = 0.0055\left(1+\left(20000\frac{\varepsilon}{D}+\frac{10^6}{\mathrm{Re}}\right)^{1/3}\right)$$

% error = $(f-f_{cw})/f_{cw}$



Ecuaciones explícitas de f

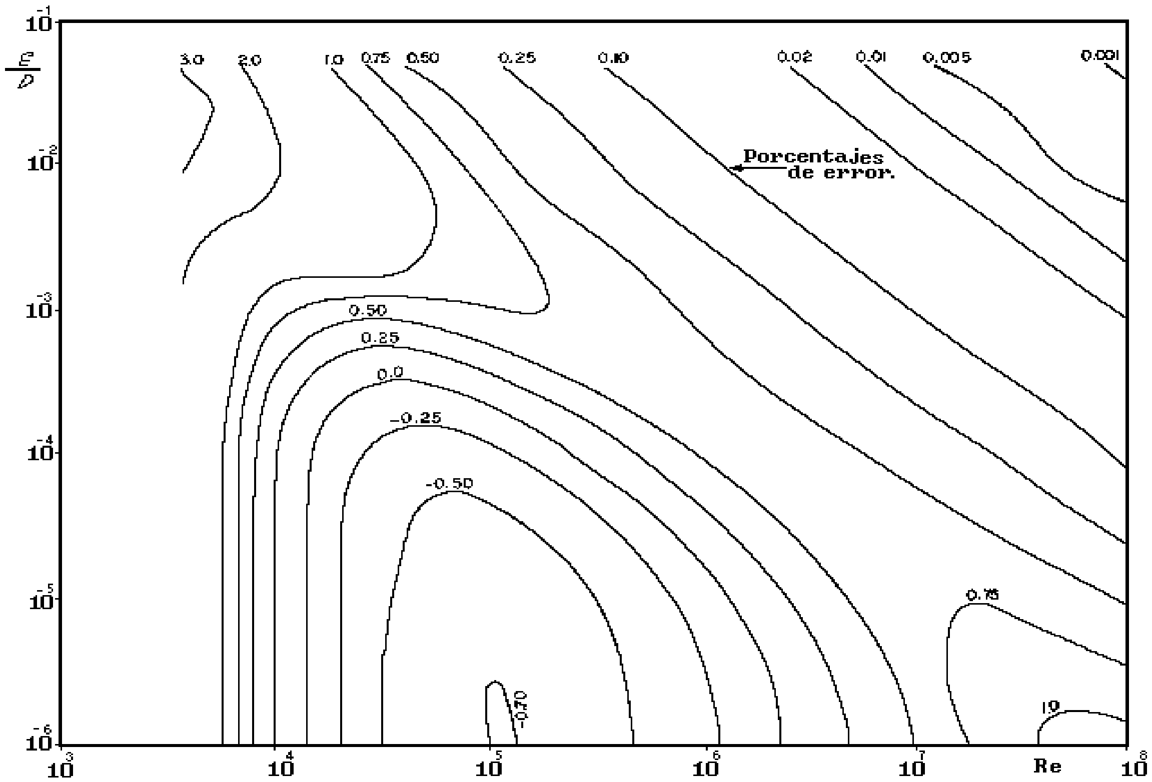
- **1966 Wood** $$f = 0.094\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{0.225} + 0.53\left(\frac{\varepsilon}{D}\right) + \left(88\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{0.44}\right)\mathrm{Re}^{-1.62\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{0.134}}$$



Ecuaciones explícitas de f

- 1976 Swamee y Jain

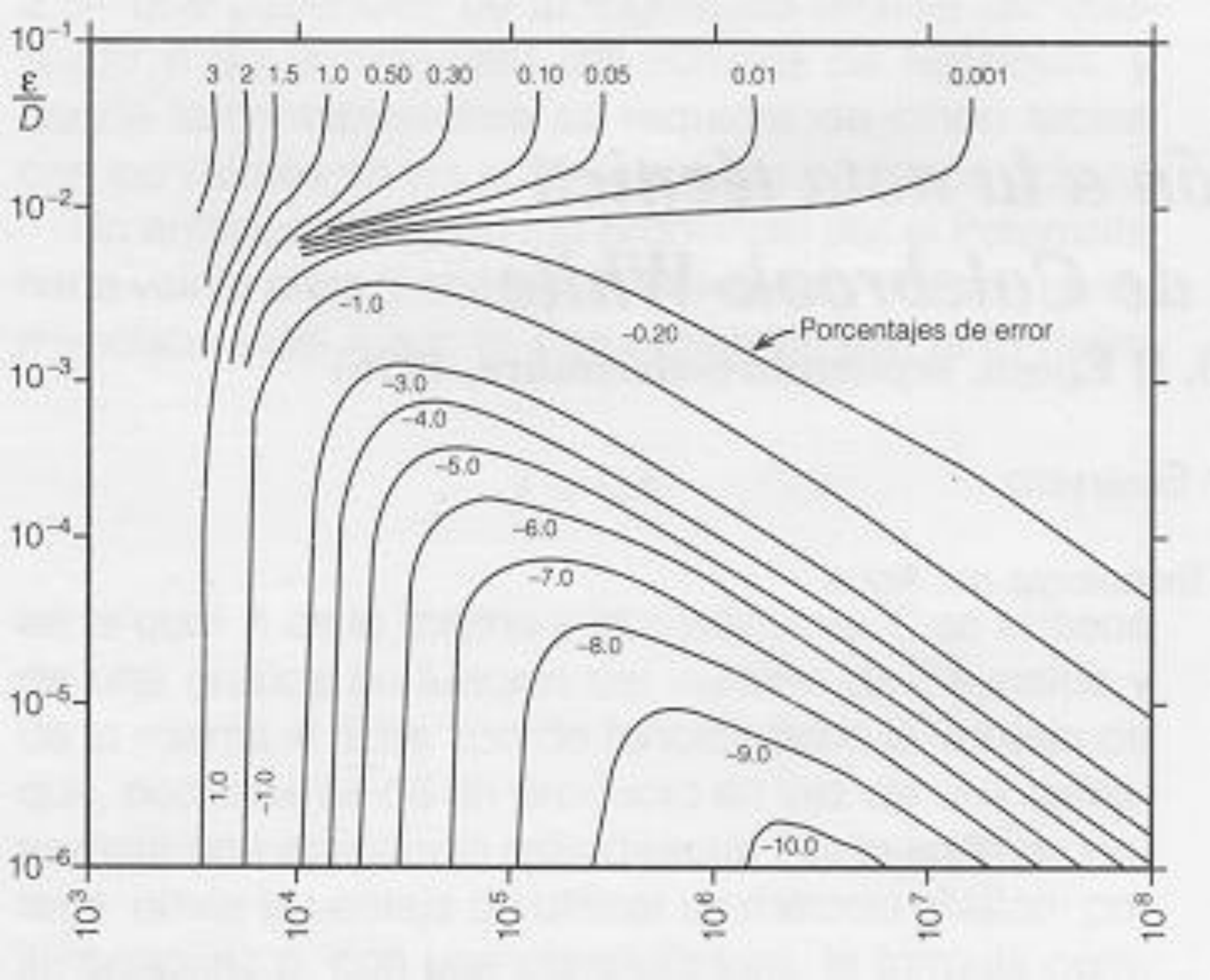
$$f = \frac{0.25}{\left(\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3.71} + \frac{5.74}{\mathrm{Re}^{0.90}}\right)\right)^2}$$



Ecuaciones explícitas de f

- 1982 Zigrang y Sylvester

$$f=\frac{0.25}{\left(\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.71}+\frac{13}{\mathrm{Re}}\right)\right)^{2}}$$



Ecuaciones explícitas de f

- 1990 guerrero $f = A + \frac{B}{\mathrm{Re}^C}$, $A = \frac{0.25}{\left(\log \frac{3.71}{\varepsilon / D}\right)^2}$

B y C dependen de la Rug. Rel. y de Re

- Min. Cuadrados: $y = a + bx$, $\log(f - A) = \log B - C \log \mathrm{Re}$

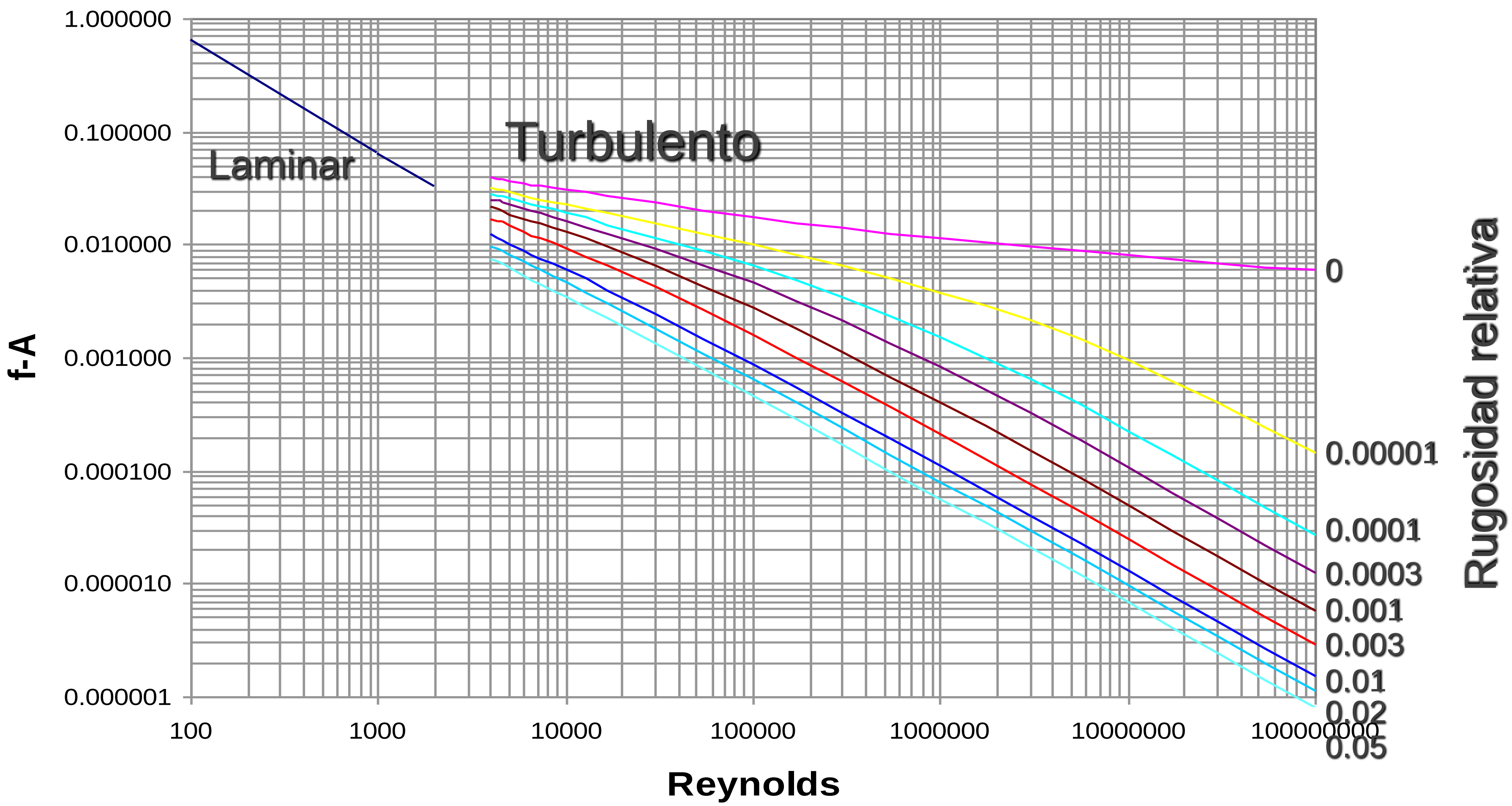
$$b\sum x_i + aN = \sum y_i$$

$$b\sum x_i^2 + a\sum x_i = \sum x_i y_i$$

- Ecuación para las pérdidas

$$h_f = AL\left(\frac{0.0826}{D^5}\right)Q^2 + BL\left(\frac{0.816\nu^C}{4^C \pi^{2-C} D^{5-C}}\right)Q^{2-C}$$

Gráfica de log(f-A)-log Re



Valores de B y C

Tabla A.1 Parámetros B y C para $0.001 < \varepsilon/D \leq 0.05$

ε/D	$Re \geq 4000$		
	B	C	coeficientecorrelación
0.05	17.563	0.9733	-0.99994
0.04	18.707	0.968	-0.99996
0.03	20.583	0.9624	-0.99994
0.02	22.606	0.9498	-0.9999
0.018	23.074	0.9461	-0.99988
0.015	23.826	0.9394	-0.99984
0.013	24.217	0.9331	-0.99977
0.01	24.047	0.9179	-0.99964
0.009	24.947	0.9161	-0.99952
0.008	24.352	0.9073	-0.99942
0.007	23.514	0.8966	-0.99932
0.006	22.345	0.8833	-0.99917
0.005	20.747	0.8664	-0.99896
0.004	18.569	0.844	-0.99869
0.003	14.036	0.8015	-0.99861
0.002	10.357	0.7525	-0.99823
0.0015	8.1799	0.7167	-0.998
0.0013	7.2503	0.699	-0.99793

Valores de B y C

Tabla A.2 Parámetros B y C para $0.00007 < \varepsilon/D \leq 0.001$

ε/D	$4000 \leq Re \leq 1.5 \times 10^5$			$Re \geq 1.5 \times 10^5$		
	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación
0.001	5.153	0.6543	- 0.99841	143.70	0.9451	- 0.99972
0.0009	4.7187	0.6417	- 0.99842	148.18	0.942	- 0.99969
0.0008	4.2824	0.6279	- 0.99845	155.5	0.9397	- 0.99966
0.0007	3.8437	0.6127	- 0.99849	160.97	0.9356	- 0.99959
0.0006	3.404	0.5956	- 0.99854	162.62	0.9287	- 0.99949
0.0005	2.9638	0.5763	- 0.99863	170.54	0.9235	- 0.99936
0.0004	2.5236	0.554	- 0.99876	160.24	0.908	- 0.99914
0.0003	2.0823	0.5274	- 0.99894	130.55	0.8789	- 0.99875
0.0002	1.6364	0.4941	- 0.99921	78.803	0.822	- 0.99795
0.00015	1.4078	0.4733	- 0.99937	51.222	0.777	- 0.99739
0.0001	1.1699	0.4477	- 0.9996	31.547	0.7246	- 0.99678
0.00008	1.0693	0.4352	- 0.99966	23.708	0.695	- 0.99649

Valores de B y C

Tabla A.3 Parámetros B y C para 0.000008 < $\varepsilon/D \leq 0.00007$

ε/D	$4000 \leq Re \leq 1.5 \times 10^5$			$1.5 \times 10^5 \leq Re \leq 4 \times 10^6$			$Re \geq 4 \times 10^6$		
	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación
.00007	1.0173	0.4283	- 0.99972	19.915	0.6773	- 0.99637	1149.6	0.954	- 0.99989
.00006	0.9635	0.4207	- 0.99976	16.261	0.6569	- 0.99624	1179.7	0.9485	- 0.99991
.00005	0.9073	0.4122	-0.99982	12.8	0.6331	- 0.99618	1233.6	0.9431	- 0.99983
.00004	0.8479	0.4027	- 0.99988	9.5887	0.6047	- 0.99616	1255.9	0.9344	- 0.99978
.00003	0.7836	0.3916	- 0.99992	6.6876	0.5697	- 0.99631	1178.1	0.9179	- 0.99959
.00002	0.7111	0.3778	- 0.99996	4.1671	0.5242	- 0.99661	1113.8	0.8976	- 0.99914
.000015	0.6697	0.3692	- 1	3.0706	0.495	- 0.99694	683.35	0.8561	- 0.99896
.00001	0.6215	0.3585	- 1	2.0912	0.4583	- 0.99748	423.54	0.8116	- 0.99845

Valores de B y C

Tabla A.4 Parámetros B y C para $0.000001 \leq \varepsilon/D \leq 0.000008$

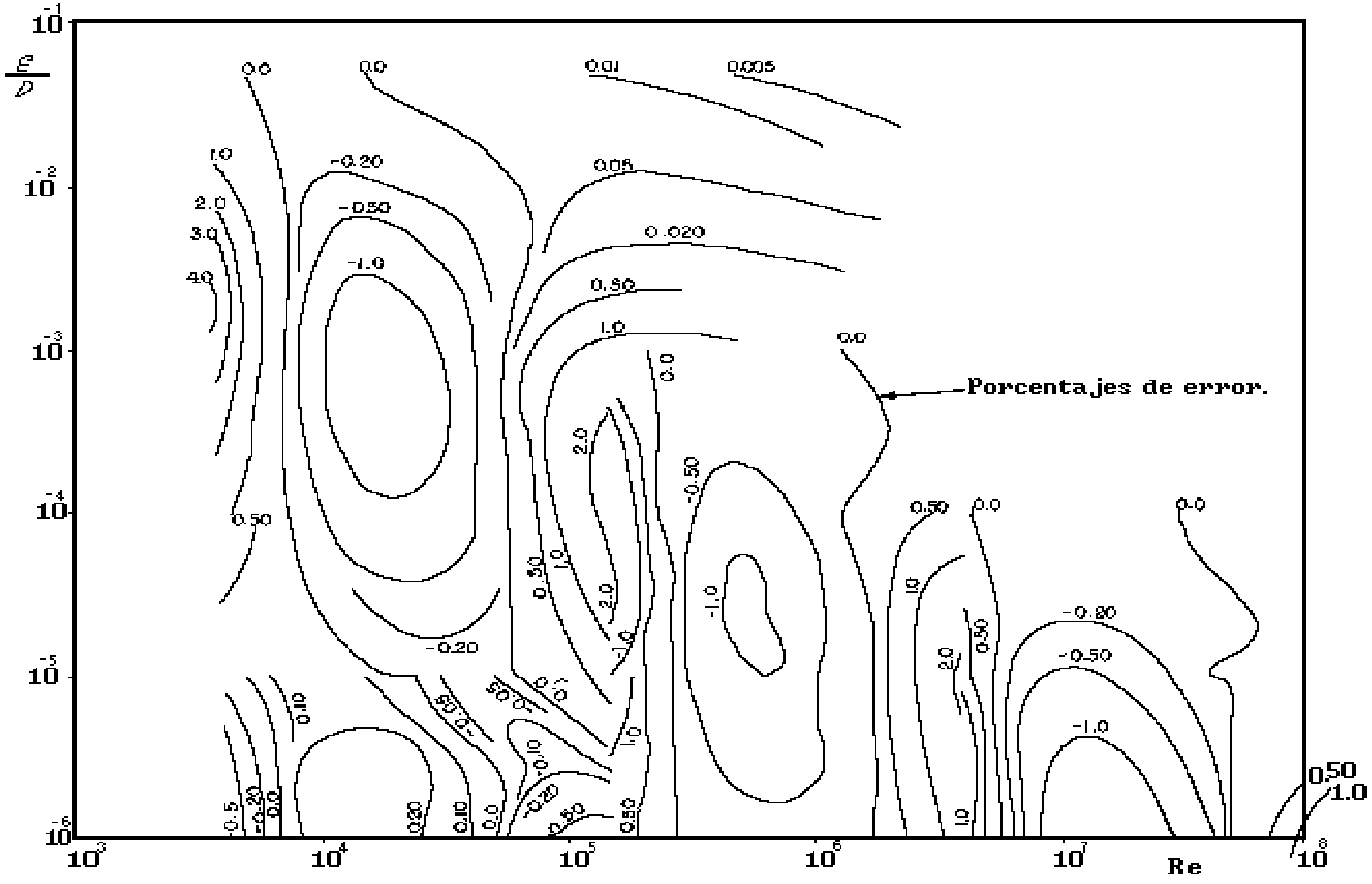
ε/D	$4000 \leq Re \leq 1.5 \times 10^5$			$1.5 \times 10^5 \leq Re \leq 4 \times 10^6$			$4 \times 10^6 \leq Re \leq 10^8$		
	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación
.000008	0.5992	0.3532	- 1	1.7309	0.4402	- 0.99775	309.71	0.7846	- 0.99814
.000005	0.5596	0.3433	- 0.99999	1.2218	0.4068	- 0.99833	146.58	0.7234	- 0.99744
.000003	0.5256	0.334	- 0.99996	0.8956	0.3768	- 0.99882	60.006	0.654	- 0.9981
.000001	0.4732	0.3184	- 0.99991	0.5508	0.3292	- 0.99954	9.3224	0.5149	- 0.99663

Tabla A.5 Parámetros B y C para $0 \leq \varepsilon/D < 0.000001$

ε/D	$4000 \leq Re \leq 10^5$			$10^5 \leq Re \leq 4 \times 10^6$			$4 \times 10^6 \leq Re \leq 10^8$		
	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación	B	C	coeficiente correlación
0	0.3037	0.2472	- 0.99917	0.139	0.1792	- 0.99915	0.0781	0.1403	- 0.99976

$$f = \frac{0.3164}{Re^{0.25}} \quad , \quad para \quad Re < 100{,}000$$

Porcentajes de error



Ecuaciones explícitas de f

- 1995 Guerrero

$$f = \frac{0.25}{\left(\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3.71} + \frac{G}{\mathrm{Re}^{T}}\right)\right)^{2}}$$

- Para tubos lisos $f = A + \frac{B}{\mathrm{Re}^{C}}$, $A = 0$, $f = \frac{B}{\mathrm{Re}^{C}}$

$$B = 0.3037 \quad C = 0.2472 \quad para \quad 4{,}000 \leq \mathrm{Re} \leq 10^{5}$$

$$B = 0.139 \quad C = 0.1792 \quad para \quad 10^{5} \leq \mathrm{Re} \leq 3\,X\,10^{6}$$

$$B = 0.0781 \quad C = 0.1403 \quad para \quad 3\,X\,10^{6} \leq \mathrm{Re} \leq 10^{8}$$

Ecuaciones explícitas de f

- Ecuación de Colebrook-White

$$\frac{1}{f} = -2\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.71} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$$

- Sustituyendo en el término de los tubos lisos

$$\frac{1}{f} = -2\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.71} + \frac{G}{\mathrm{Re}^T}\right) \quad , \quad G = \frac{2.51}{\sqrt{B}} \quad , \quad T = 1 - \frac{C}{2} \quad , \quad f = \frac{0.25}{\left(\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.71} + \frac{G}{\mathrm{Re}^T}\right)\right)^2}$$

$$G = 4.555 \quad T = 0.8764 \quad para \quad 4{,}000 \le \mathrm{Re} \le 10^5$$

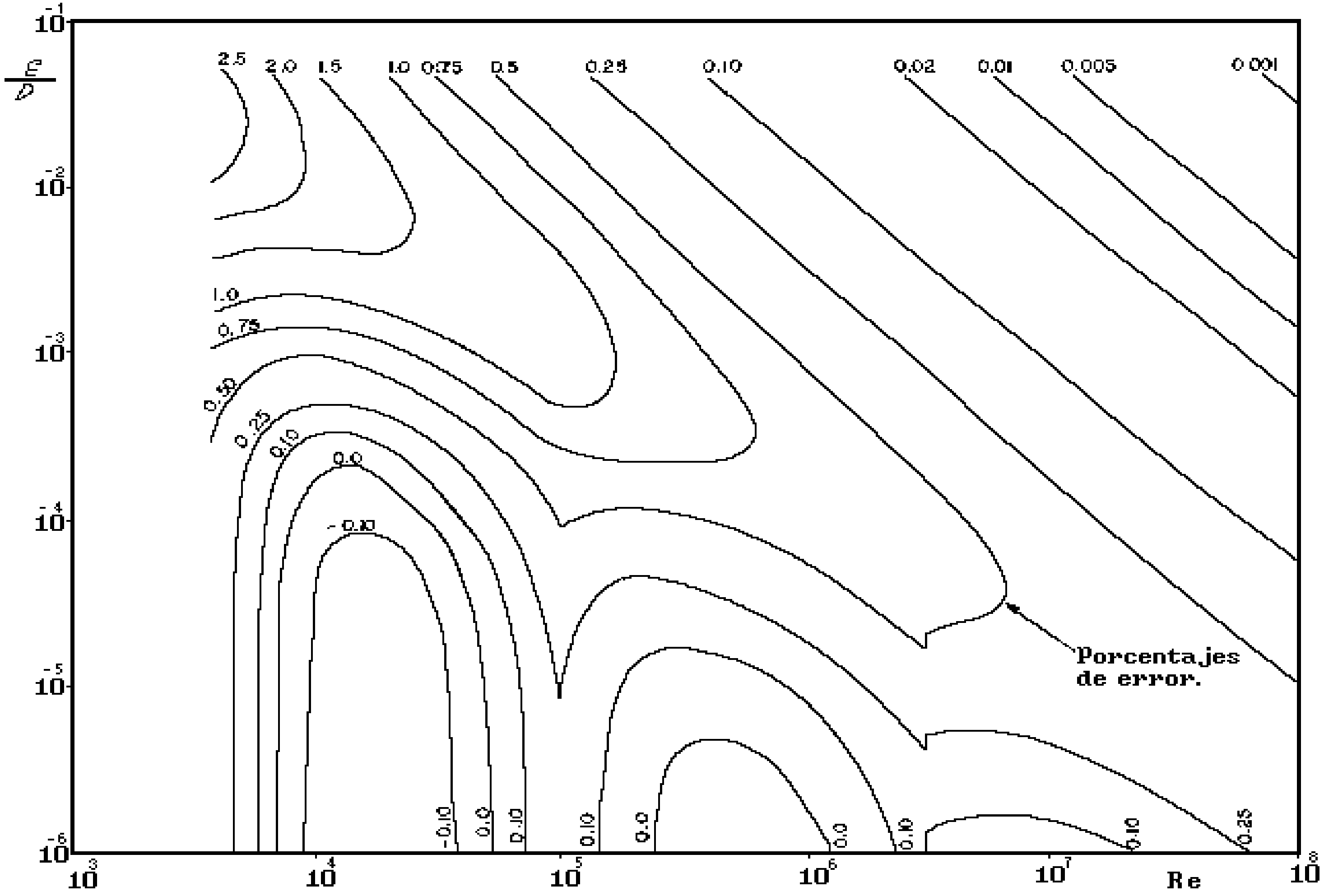
$$G = 6.732 \quad T = 0.9104 \quad para \quad 10^5 \le \mathrm{Re} \le 3\,X\,10^6$$

$$G = 8.982 \quad T = 0.93 \quad para \quad 3\,X\,10^6 \le \mathrm{Re} \le 10^8$$

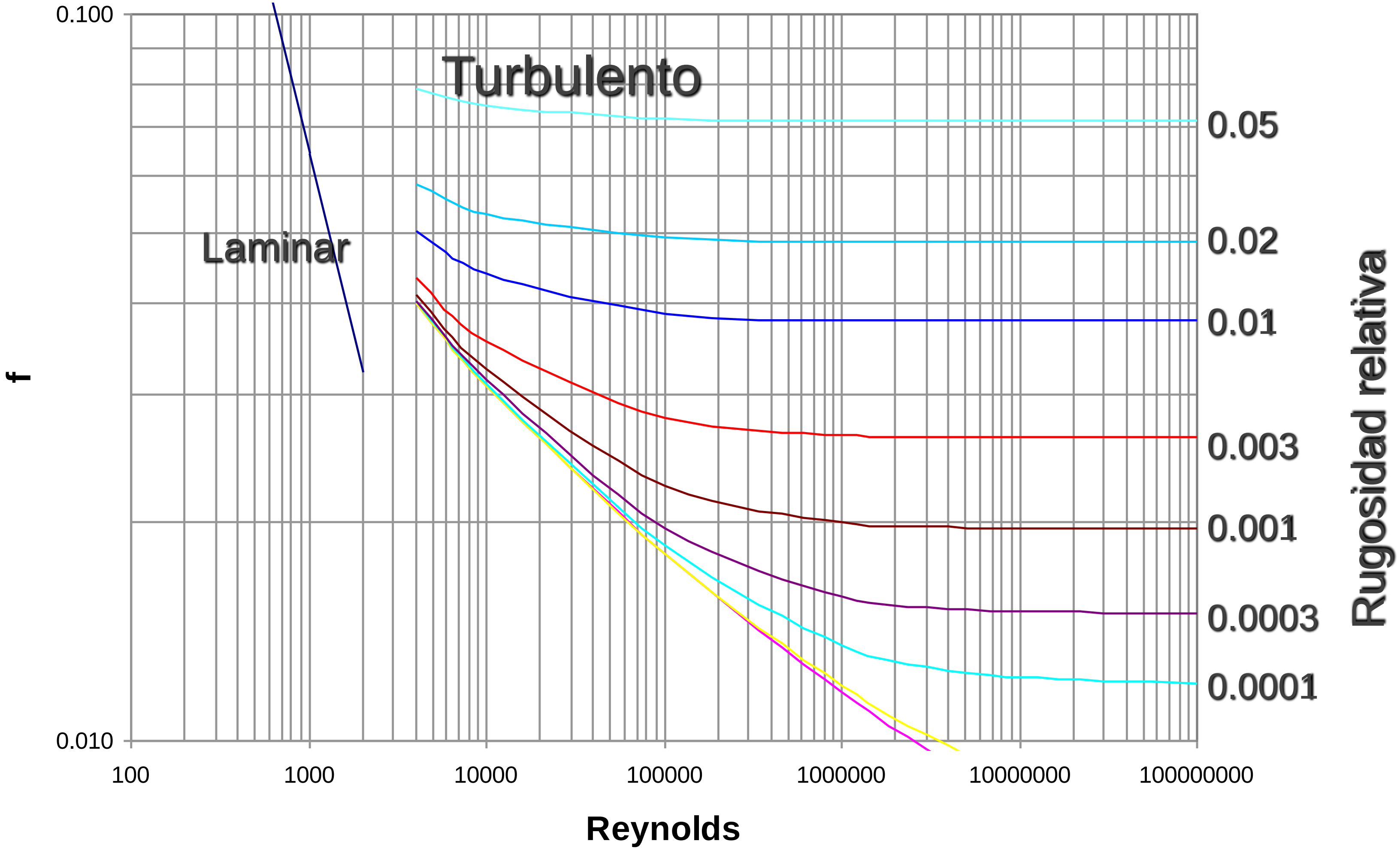
- Ecuación para las pérdidas

$$h_f = \frac{0.203L}{gD^5\left(\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.71} + \frac{G}{\mathrm{Re}^T}\right)\right)^2} Q^2$$

Porcentajes de error



Flujo laminar, crítico y turbulento



Flujo laminar, crítico y turbulento

- Recta que une los flujos $f = \dfrac{B}{\mathrm{Re}^C}$

Como obtener B y C:

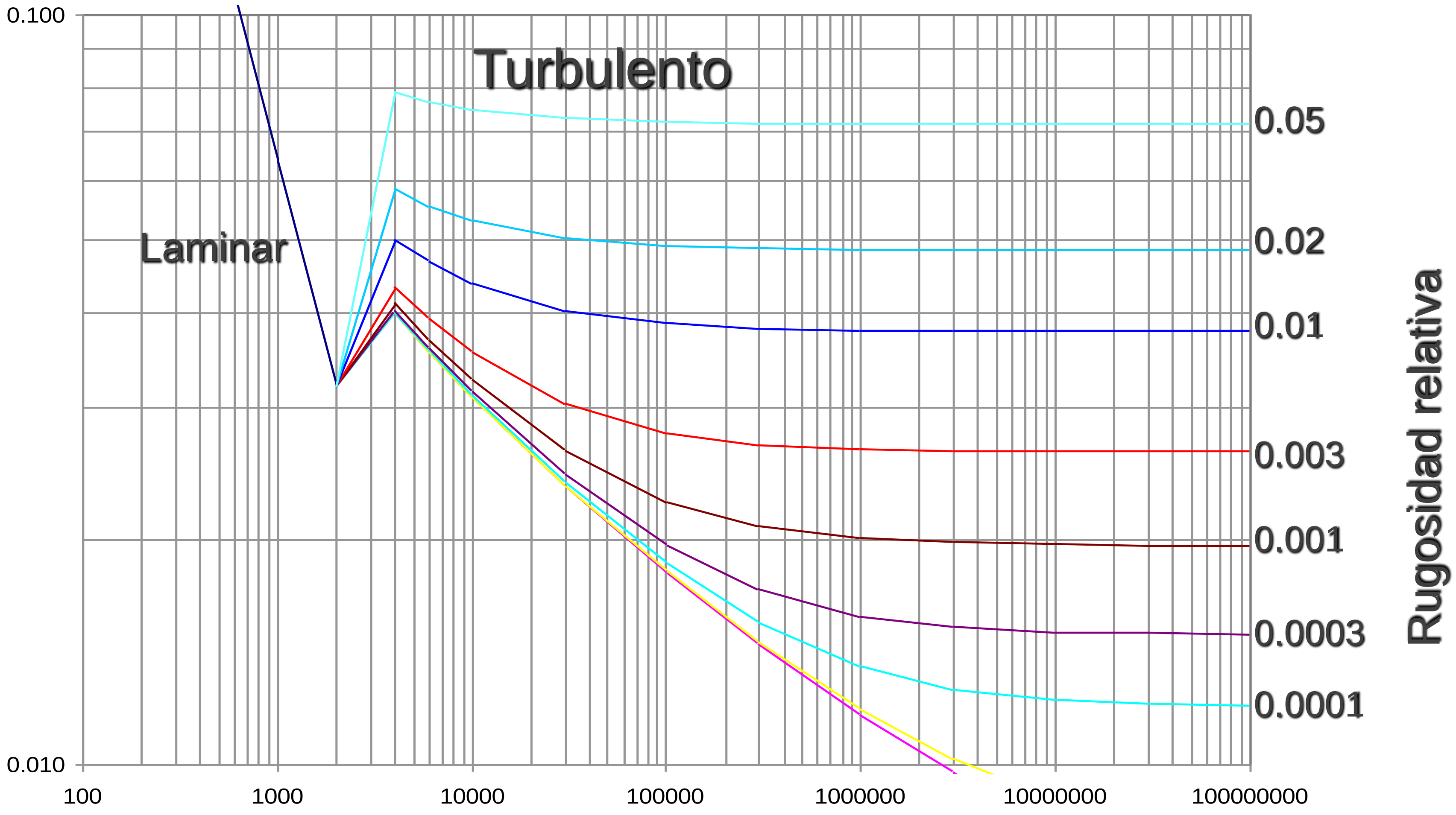
$$\log f_1 = \log B - C \log \mathrm{Re}_1$$
$$\log f_2 = \log B - C \log \mathrm{Re}_2$$

$\mathrm{Re}_1 = 2000 \qquad f_1 = \dfrac{64}{2000} \qquad \mathrm{Re}_2 = 4{,}000 \qquad f_2 = \dfrac{0.25}{\left(\log\left(\dfrac{\varepsilon / D}{3.71} + 0.003174263\right)\right)^2}$

$$B = 10^{(-17.887 - 10.966 \log f_2)}$$

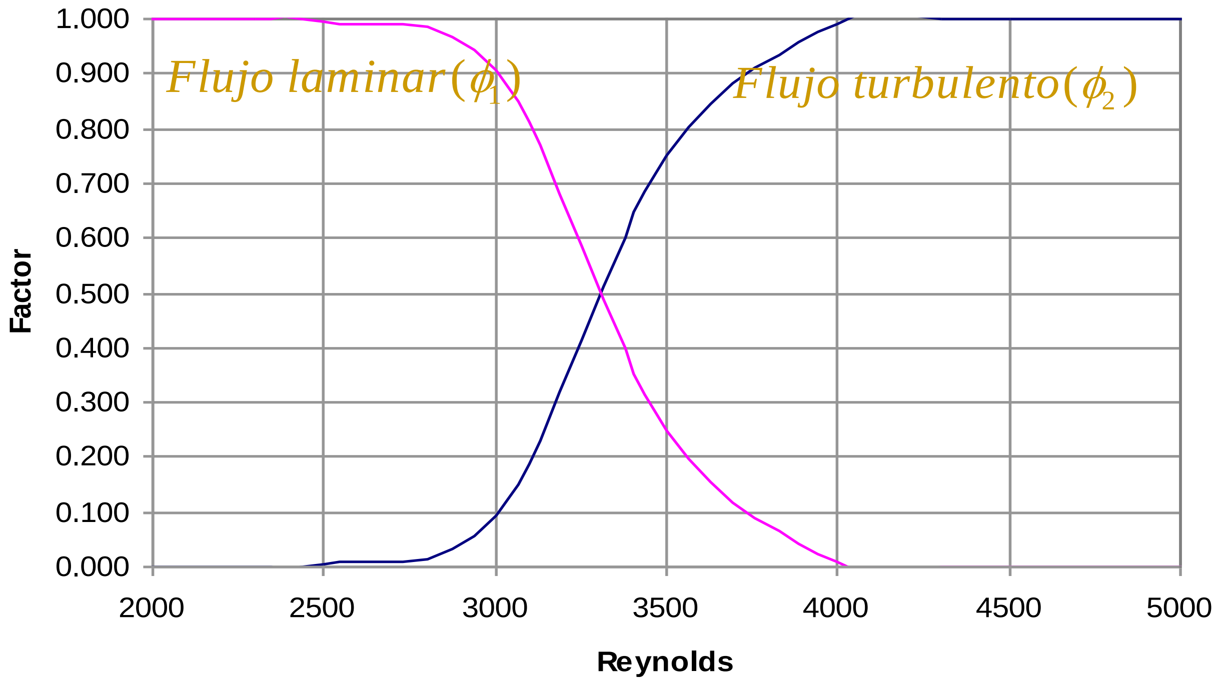
$$C = -4.966 - 3.322 \log f_2$$

Flujo laminar, crítico y turbulento



Flujo laminar, crítico y turbulento

- Factores de intermitencia



$$\phi_1 = 1 - \phi_2 \qquad \phi_2 = \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{3335.88 - \mathrm{Re}}{341.29}\right)}}$$

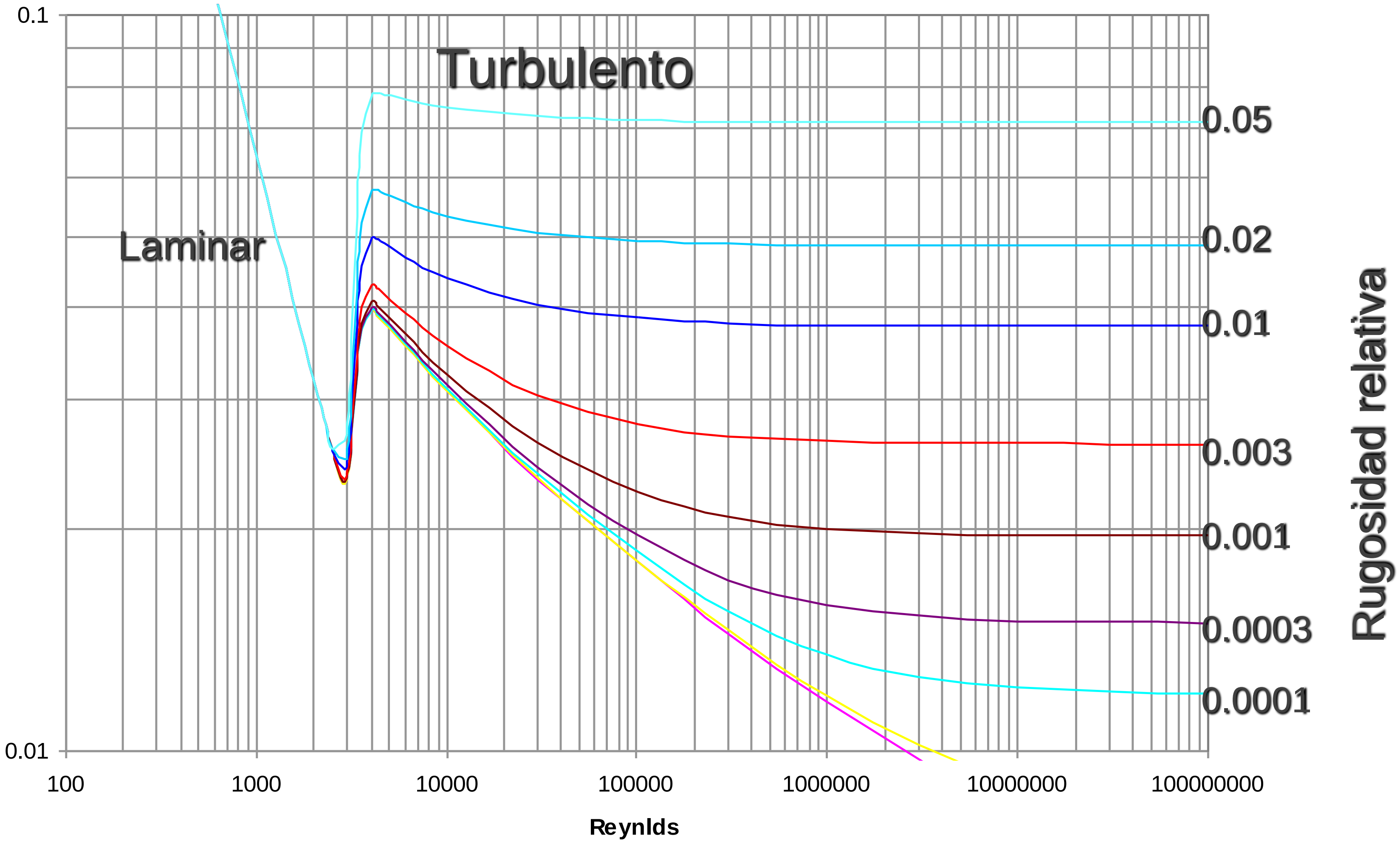
Flujo laminar, crítico y turbulento

- Ecuación general de f

$$f = \phi_1 f_{laminar} + \phi_2 f_{turbulento}$$

$$f = \phi_1 \frac{64}{\mathrm{Re}} + \phi_2 \frac{0.25}{\left(\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3.71} + \frac{G}{\mathrm{Re}^T}\right)\right)^2}$$

Flujo laminar, crítico y turbulento



Flujo laminar, crítico y turbulento

- Ecuación general de las pérdidas

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

$$h_f = f\frac{0.81L}{gD^5}Q^2$$

$$h_f = \frac{0.81L}{gD^5}\left(\phi_1\frac{64}{\mathrm{Re}} + \phi_2\frac{0.25}{\left(\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.71}+\frac{G}{\mathrm{Re}^T}\right)\right)^2}\right)Q^2$$

Conclusiones

- Ya no hay justificación para usar fórmulas empíricas.
- Ya no es necesario usar el diagrama de Moody.
- La ecuación explícita para flujo turbulento es la que se usa actualmente, se recomienda en el MAPAS, Normas técnicas complementarias del reglamento de construcciones de la ciudad de México, y empresas particulares como COMECOP.
- Se propuso una ecuación general para flujo laminar y turbulento.
- Se demostró que el flujo laminar existe en las redes de agua potable.

Muchas gracias

Dr. José Óscar Guerrero Ángulo

Consultor Privado y Presidente de la

Asociación de la AMH – Sección Sinaloa

guerangulo@hotmail.com

Para citar esta presentación:

Guerrero Ángulo, J. O. 2020. Las ecuaciones de pérdidas de energía en tuberías a presión. Serie de Seminarios Virtuales 2020. Colegio Mexicano de Ingenieros en Irrigación (COMEII). México. 37 pp.

Consulta el portal del COMEII y sus redes sociales:
www.comeii.com y www.riego.mx