IV COMEII 2018

IV CONGRESO NACIONAL DE RIEGO Y DRENAJE

Del 15 al 18 de Octubre del 2018, Aguascalientes, Ags.

MODELACIÓN DEL DRENAJE AGRÍCOLA SUBTERRÁNEO UTILIZANDO LA ECUACIÓN DE RICHARDS BIDIMENSIONAL

Erickdel Castillo Solís
Heber E. Saucedo Rojas

IMTA
INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGÍA DEL AGUA

Fecha 16/octubre/2018

AGUASCALIENTES GOBIERNO DEL ESTADO Contigo al 100 | SEDRAE SECRETARÍA DE DESARROLLO RURAL Y AGROEMPRESARIAL

SEMARNAT SECRETARÍA DE MEDIO AMBIENTE Y RECURSOS NATURALES

CONAGUA COMISIÓN NACIONAL DEL AGUA

SAGARPA SECRETARÍA DE AGRICULTURA, GANADERÍA, DESARROLLO RURAL PESCA Y ALIMENTACIÓN

IMTA INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGÍA DEL AGUA

inifap Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE AGUASCALIENTES

Universidad Autónoma Chapingo

AMERD

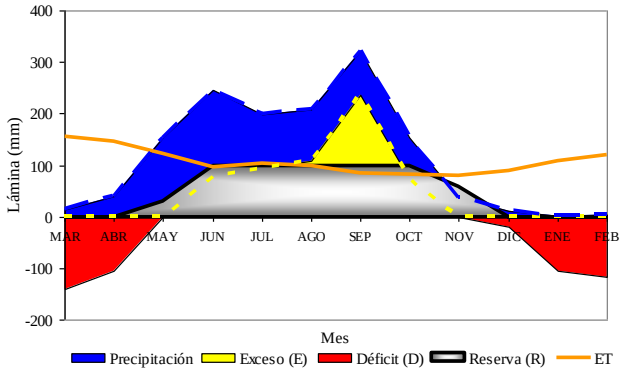
ASOCIACIÓN DE USUARIOS JUNTA DE AGUAS DEL DISTRITO DE RIEGO 01, A. C.

SM GEODIM MODELOS DE INFORMACIÓN DE LA TIERRA

Introducción

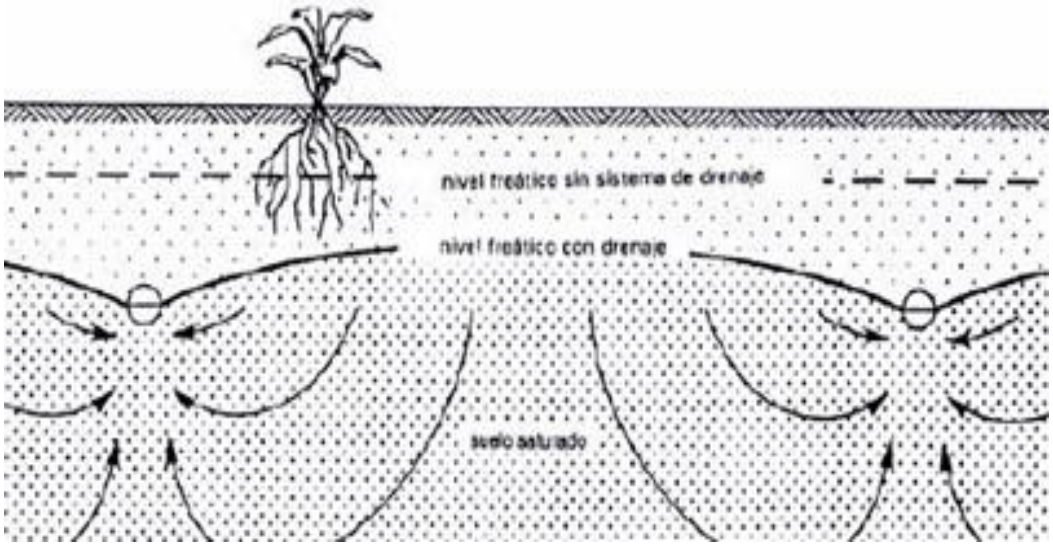
En el trópico húmedo mexicano, se concentra el **70% de las tierras de mediano y alto potencial agrícola y el 65% de los recursos hidráulicos** (IMTA, 2006).

Aun cuando la **precipitación** anual es suficiente para satisfacer la demanda de agua de los cultivos agrícolas, generalmente **no se distribuye uniformemente** a lo largo del año.



Existen 23 DTT, que en el año agrícola 2010 registraron una superficie sembrada de 1,817,472.5 ha (CONAGUA, 2011), pero se estima que se tiene un potencial de 7.5 millones de ha, en el trópico mexicano (IMTA, 2006).

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA



$$C(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[K(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[K(\psi)\left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - 1\right)\right] - S \qquad (1)$$

donde $\psi=\psi$ (x,z,t) es el potencial de presión del agua en el suelo [L]; (el potencial gravitacional ha sido asimilado a la coordenada vertical z orientada positivamente en dirección descendente); x es la coordenada horizontal [L]; t, el tiempo [T]; K(ψ), la conductividad hidráulica [LT^{-1}]; C(ψ)=dθ(ψ)/dψ, la capacidad específica [L^{-1}]; $\theta=\theta(\psi)$, el contenido volumétrico de agua [L^3L^{-3}] y depende de la presión del agua en el suelo, S es un término de sumidero que representa la extracción de agua por las plantas [T^{-1}].

La ecuación (1) puede ser usada para describir el movimiento del agua en sistemas de drenaje como el que se presenta en la figura 1.

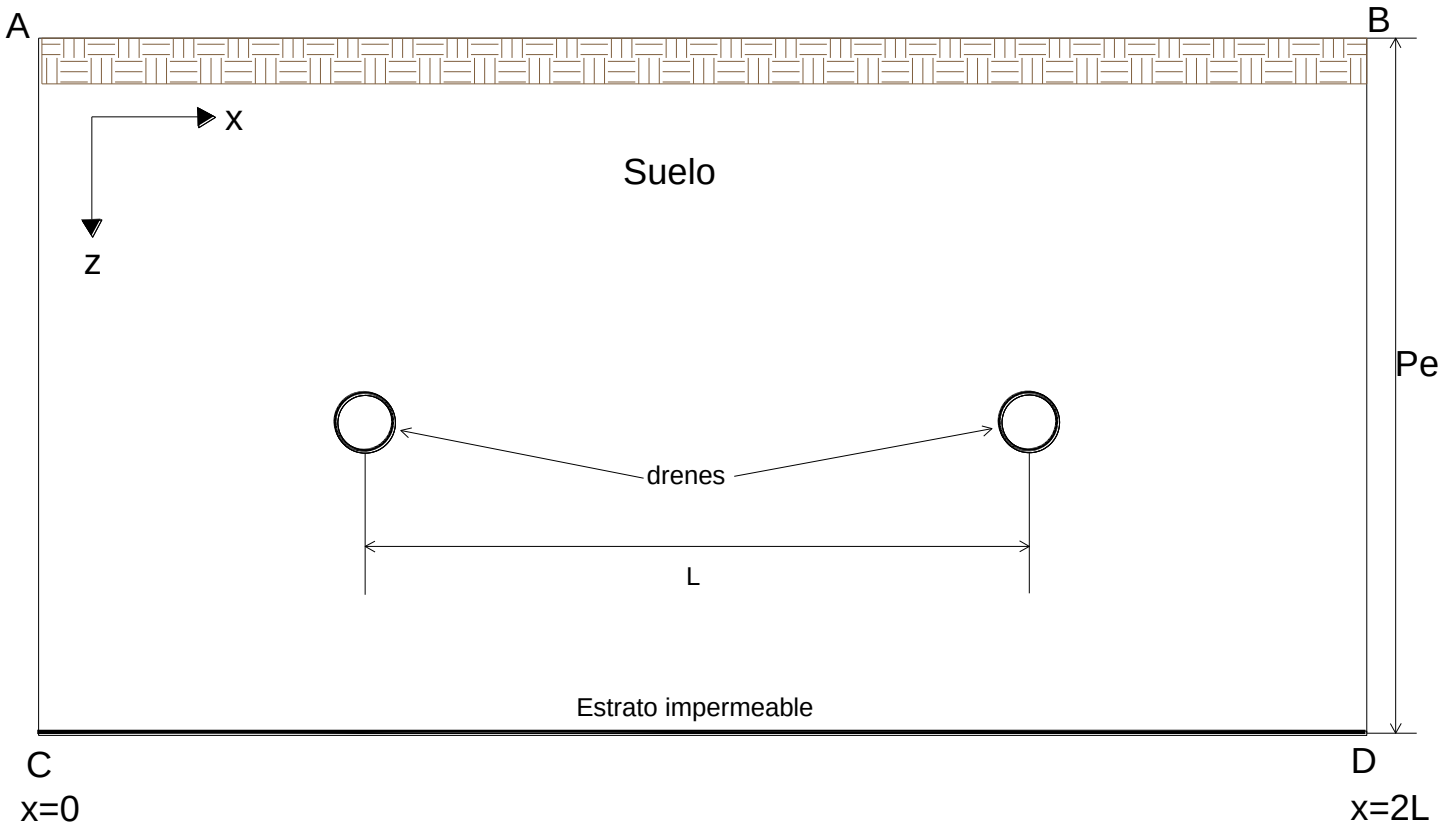


Figura 1. Sistema de drenaje

Establecimiento de la condición inicial y condiciones de frontera.

En el tiempo inicial, se puede suponer que la condición inicial es una distribución hidrostática de presiones, es decir:

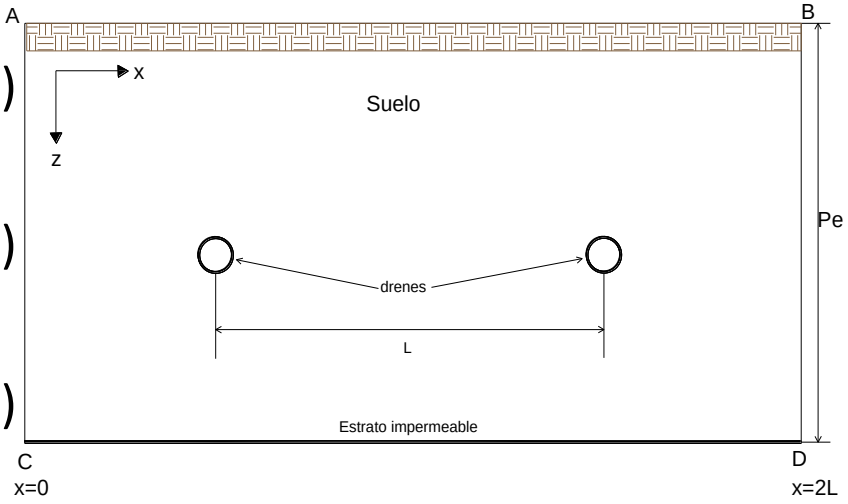
$$\psi(x,z) = z \qquad (2)$$

En las fronteras laterales (fronteras $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$) la componente horizontal del flujo de Darcy es nula. Flujo nulo en la frontera inferior $\overline{CD}$ para representar un estrato impermeable.

$$-K(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \qquad x = 0, \quad z \in \overline{AC} \qquad (3)$$

$$-K(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \qquad x = 2L, \quad z \in \overline{BD} \qquad (4)$$

$$-K(\psi)\frac{\partial (\psi - z)}{\partial z} = 0 \qquad x \in \overline{CD} \quad z = P_E \qquad (5)$$



En la superficie del suelo se propone una evapotranspiración de intensidad conocida, como una condición de frontera tipo Neumann con flujo igual a dicha intensidad (i).

$$-K(\psi)\frac{\partial(\psi - z)}{\partial z} = i \qquad ,0 \le x \le L,\ z=0 \qquad (6)$$

El conjunto de ecuaciones anteriores describe el funcionamiento hidráulico de un sistema de drenaje agrícola subterráneo, considerando simultáneamente el flujo del agua en el suelo, el flujo del agua en el dren y las transferencias desarrolladas en la interfaz suelo dren y suelo atmósfera. Para aplicar este modelo matemático al análisis de sistemas de drenaje experimental o parcelario, es necesario disponer de una solución del mismo. Como su solución analítica no es conocida, es necesario el uso de métodos numéricos.

Solución de la ecuación de Richards bidimensional con el método de elemento finito (Galerkin)

Si se tiene una ecuación diferencial de la forma:

$$L\big(\phi(x,y,z)\big) - F(x,y,z) = 0 \qquad (7)$$

Donde L es el operador diferencial, ϕ es la variable de campo, y F es una función conocida.

Se define una solución aproximada $\hat{\phi}$, de la forma:

$$\hat{\phi}(x,y,z) = \sum_{i=1}^{m} N_i(x,y,z)\phi_i \qquad (8)$$

donde N_i son las funciones de interpolación, ϕ_i son los valores desconocidos de la variable de campo en los nodos, y m es el número de nodos en la malla. Cuando la solución aproximada es sustituida en la ecuación 7, la ecuación diferencial no es satisfecha exactamente.

$$L\left(\hat{\phi}(x,y,z)\right) - F(x,y,z) = R(x,y,z) \neq 0 \qquad (9)$$

donde R es el residual o error debido a la solución aproximada.

En el método de los residuos pesados, se fuerza a que el promedio pesado de los residuos en los nodos sea igual a cero.

$$\int_{\Omega} W(x,y,z)R(x,y,z)d\Omega = 0 \qquad (10)$$

Donde W(x,y,z) es una función de peso y Ω representa el dominio del problema. Ω es una área en el caso de un problema bidimensional. Sustituyendo la ecuación 9 en la ecuación 10 se tiene:

$$\iiint_{\Omega} W(x,y,z)\left[L\left(\hat{\phi}(x,y,z) - F(x.y.z)\right)\right]d\Omega = 0 \qquad (11)$$

Para evaluar la ecuación 11 se debe especificar la forma matemática de la solución aproximada $\hat{\phi}$ y la función de peso W. El valor de $\hat{\phi}$, dentro de cualquier elemento e, $\hat{\phi}^{(e)}$, es dada por:

$$\hat{\phi}^{(e)}(x, y, z) = \sum_{i=1}^{m} N_i^{(e)} \phi_i \qquad (12)$$

donde $N_i^{(e)}$ son las funciones de interpolación del elemento (una función de interpolación por nodo), ϕ_i son los valores desconocidos de la variable de campo en cada nodo, y n es el número de nodos dentro del elemento.

Para el método de residuos pesados, el método de Galerkin es el más usado para resolver problemas de flujo de agua subterránea. En este método la función de peso para cada nodo es idéntica a la función usada para definir la solución aproximada $\hat{\phi}$.

ión de la malla

Como primer paso para la elaboración de la malla, se dibujó la geometría del dominio (un rectángulo) y en medio, el dren agrícola subterráneo (circulo). En las fronteras del dominio y del dren se colocaron los nodos, de los cuales se obtuvieron sus coordenadas.

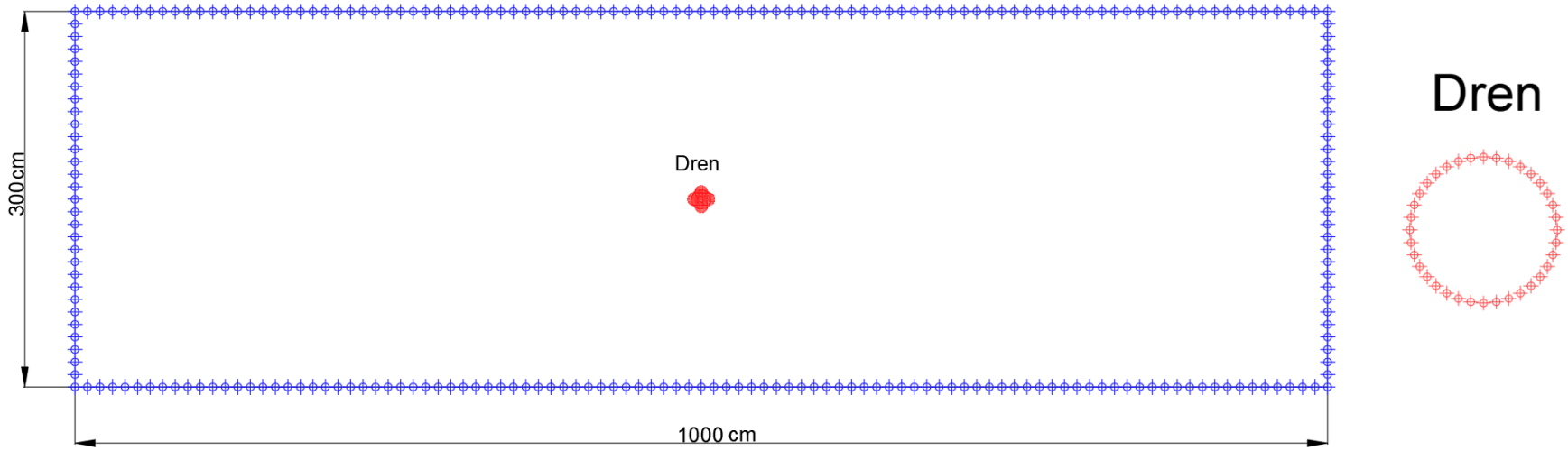


Figura 2. Dominio del problema y detalle del dren subterráneo

Las coordenadas de los nodos y del dren se ingresaron al programa MESH2D (Engwirda, 2014), el cual es un generador de malla no estructurada basado en MATLAB, este mallador utiliza técnicas de triangulación y optimización de malla basadas en el método Delaunay. Los nodos del dominio y del dren incorporados en el programa MESH2D, se presentan en la figura 3.

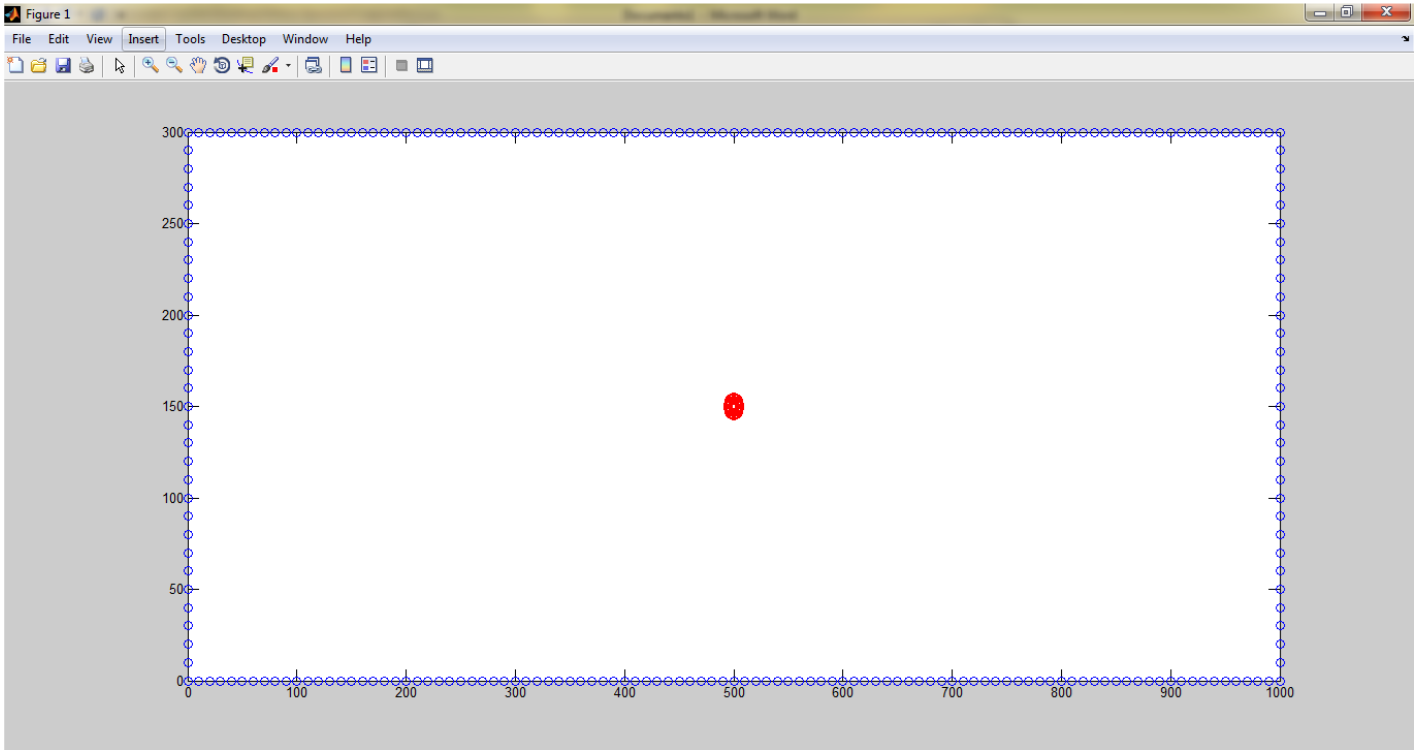


Figura 3. Nodos ingresados al programa MESH2D.

Resultados

Malla

La malla generada con el programa MESH2D, se presenta en la siguiente figura. Se obtuvieron las coordenadas de los nodos generados (1544 nodos) y los nodos que forman a los elementos triangulares (2792 elementos).

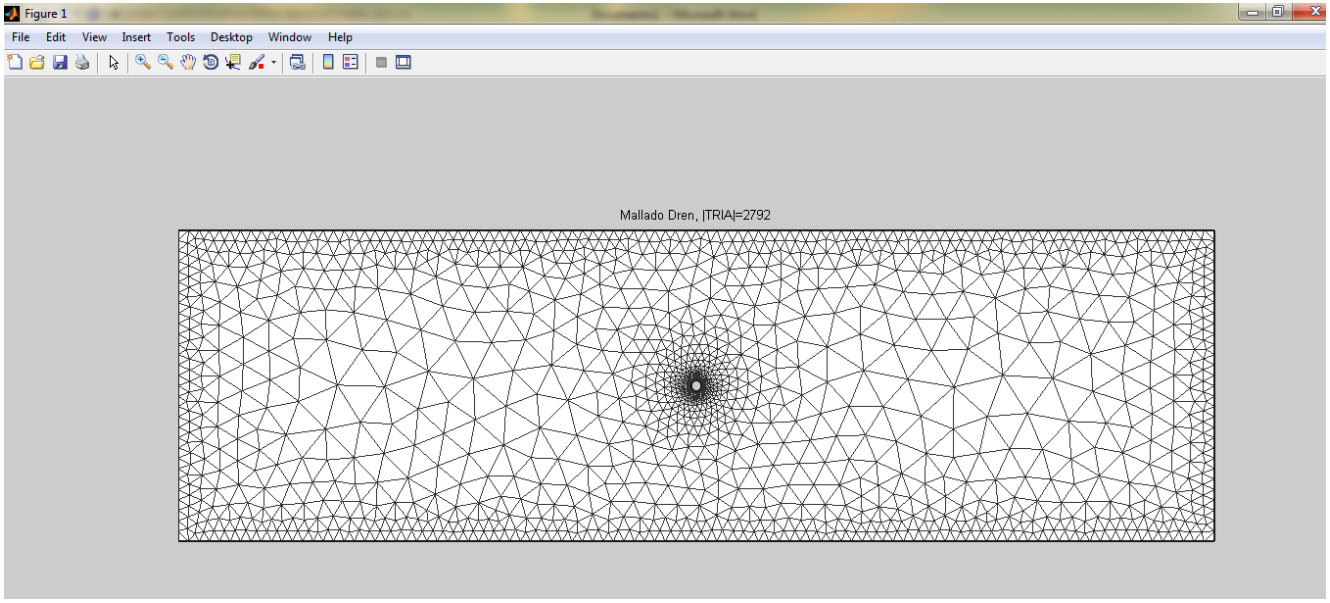


Figura 4. Malla generada con el programa MESH2D.

Los archivos de las coordenadas de los nodos, y de los nodos de los elementos triangulares fueron incorporados al código de la solución de la ecuación de Richards Bidimensional, así como las condiciones de frontera y después ejecutado en Matlab.

En las siguientes ilustraciones se muestra el comportamiento a 1, 3 y 5 horas de simulación, del potencial de presión del agua en el suelo, obtenido a partir de los resultados del programa.

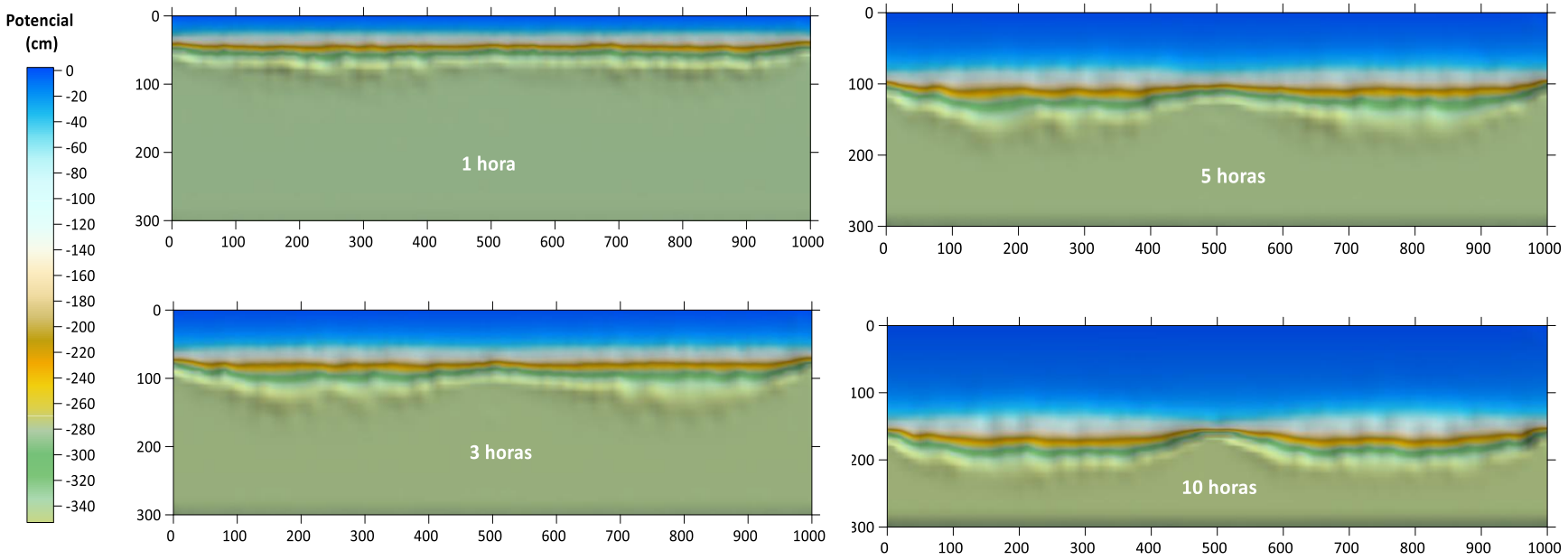


Figura 5. Potencial de presión del agua en el suelo

Conclusiones

En este trabajo se modeló numéricamente el drenaje agrícola subterráneo, mediante la solución de la ecuación de Richards en dos dimensiones, utilizando el método del elemento finito. De los resultados obtenidos, se puede concluir que el modelo describe correctamente el sistema de drenaje subterráneo.

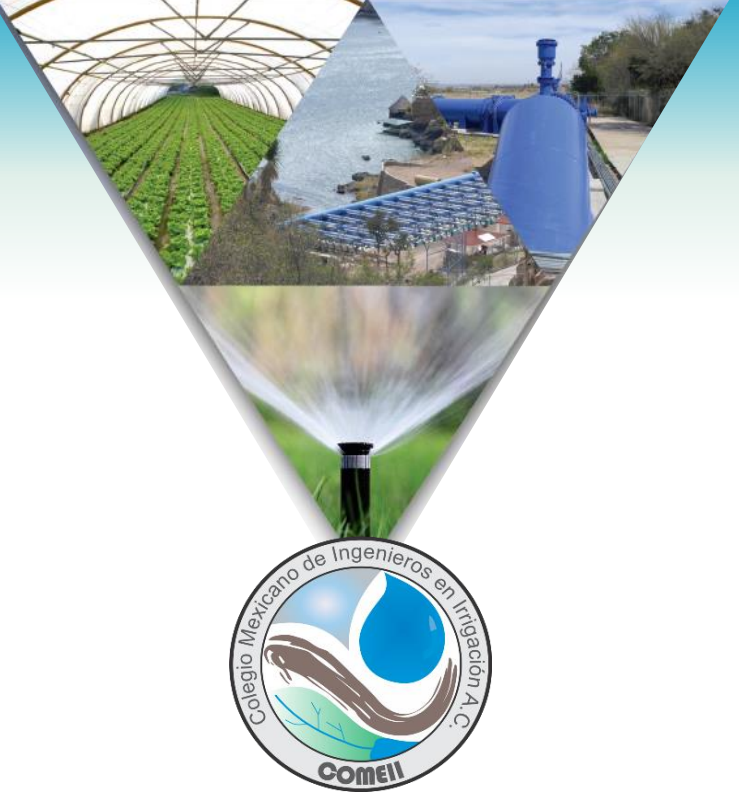
Referencias Bibliográficas

Engwirda, D. (2014). Locally optimal Delaunay-refinement and optimisation-based mesh generation. Thesis-University of Sydney.

Istok, J. (1989) Groundwater modeling by the finite element method,. American Geophysical Union, Washington, DC. p. 495.

Neuman, S. P. (1973). Saturated-unsaturated seepage by finite elements. In J. HYDRAUL. DIV., PROC., ASCE.

Richards, L. (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. Physics 1: pp 3018-333.



Gracias

COORDINACIÓN DE RIEGO Y DRENAJE. INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGÍA DEL AGUA. PASEO CUAUHNÁHUAC 8532, PROGRESO, JIUTEPEC, MORELOS, C.P. 62550. MÉXICO.

ERICKDEL_CASTILLO@TLALOC.IMTA.MX