



ESTIMACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA SATURADA A PARTIR DE FUNCIONES DE PEDOTRANSFERENCIA

Carlos Chávez*¹; J.J. Trejo Alonso¹

Centro de Investigaciones del Agua. Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de Querétaro. C.U.
Cerro de las Campanas, C.P. 76010, Querétaro, México.

chagcarlos@uaq.mx – (442) 192 1200 ext. 6036 (*Autor de correspondencia)

Resumen

La determinación de la velocidad de infiltración en el riego por gravedad juega un papel muy importante en el diseño, ya que de él depende el gasto óptimo que se debe de aplicar a cada surco o melga. Sin embargo, en la mayoría de las veces no se cuenta con esta información y su obtención en el laboratorio lleva mucho tiempo. En los últimos años se han usado técnicas para obtener este valor a partir de parámetros del suelo, comúnmente llamadas Funciones de Pedotransferencia (FPD). En este artículo se presenta la estimación de la conductividad hidráulica saturada a partir de FPD usando 943 muestras analizadas en laboratorio. En una primera etapa se usaron algunos modelos existentes en la literatura, pero debido a su baja capacidad de predicción se optó por proponer dos nuevos modelos. De manera aleatoria se tomaron 472 muestras para desarrollar el modelo, y con las otras 471 muestras se realizó la predicción. Los resultados muestran que el modelo exponencial propuesto reproduce de una mejor manera los datos obtenidos en laboratorio que el modelo lineal, sin embargo también se concluye que no hay un modelo único para obtener la conductividad hidráulica saturada, ya que la capacidad predictiva de los modelos depende, entre otros factores, de las zonas muestreadas, el uso del suelo y los análisis en el laboratorio.

Palabras claves: modelos de pedotransferencia, métodos inversos, riego por gravedad



Introducción

La infiltración del agua puede ser modelado siguiendo dos enfoques: el primero está basado en las observaciones empíricas y directamente tratados como tales, resultando leyes de infiltración como las de Kostiakov (1932) y Horton (1940); y el segundo que viene de principios primeros y de las propias observaciones, como la ley de Green y Ampt (1911) soportada en las leyes de Poiseuille (1840) en los tubos capilares y de Darcy (1856) para el conjunto de los capilares en cuestión.

La ley de Darcy es la más ampliamente utilizada para el estudio del movimiento del agua en el suelo y así como en otros medios porosos, que combinada con el principio de conservación de masa forma el cuerpo fundamental de la descripción de movimiento del agua en el suelo. La ecuación de transferencia de agua en particular, tiene un interés fundamental en la agricultura. Ésta interviene en la descripción de la aportación del agua a las plantas, en la evacuación de la misma y en el posible suministro de los nutrientes.

Dada la importancia de los procesos de aporte y evacuación del agua en los sistemas agrícolas se han llevado a cabo múltiples investigaciones. Por una parte la validación de las ecuaciones diferenciales que resultan de los principios anteriormente mencionados, y por otra parte cuales son las condiciones matemáticas que reflejan la dinámica del agua en tales sistemas. Las ecuaciones diferenciales del movimiento no son fáciles de integrar para condiciones iniciales y de frontera arbitrarias.

Hay ecuaciones diferenciales que pueden ser utilizadas dependiendo del grado de descripción de los procesos. Desde la ecuación de Navier-Stokes que demanda la topología precisa de la red de canales implicados en el medio poroso, hasta la ley de Darcy que proporciona una relación fenomenológica entre el movimiento del agua y su cambio de energía con respecto a niveles de referencia. Sin embargo, para el empleo de estas ecuaciones es necesario el uso de parámetros del suelo que pueden determinarse en campo o en laboratorio, que en la mayoría de las veces se emplean métodos costosos y tardados para su obtención.

En los últimos años se han desarrollado modelos matemáticos (comúnmente llamados Funciones de Pedotransferencia FPT) que permiten estimar la conductividad hidráulica saturada (K_s) a partir de la medición de algunas características del suelo: textura, capacidad de campo, punto de marchitamiento permanente, densidad aparente, porosidad, materia orgánica, entre otras. Lo que hace que un modelo sea robusto es el número de parámetros que se usan para obtener la conductividad hidráulica saturada, ya que podemos tener un modelo con alta capacidad predictiva, pero son necesarios la obtención de parámetros, lo que provoca que estos modelos sean de uso limitado, ya que en algunos casos, la obtención de datos en laboratorio requiere de tiempo y costos.

En la literatura existente se pueden encontrar un sin número de modelos (Brakensiek *et al.* 1984, Vereecken *et al.* 1990, Ferrer-Julià *et al.* 2004), varios de ellos validados con

bases de datos ya conocidas, sin embargo, la capacidad predictiva que tienen ha sido cuestionada debido a que los suelos en los cuales se quiere aplicar son diferentes a los suelos que se utilizaron para su desarrollo (Moreira *et al.*, 2004). Lo anterior trae como consecuencia que para su empleo a nivel local sea necesario la toma de muestras *insitu* para poder validar su aplicación, o en su caso, hacer las correcciones o ajustes pertinentes.

Materiales y Métodos

La zona de estudio

Se tomaron muestras de 943 parcelas en el Distrito de Riego 023 San Juan del Río Querétaro (Figura 1) que se llevaron al laboratorio para obtener los siguientes parámetros: textura del suelo por el hidrómetro de Bouyucos, densidad aparente por el método del cilindro de volumen conocido, los contenidos de humedad a saturación, capacidad de campo y punto de marchitamiento permanente por el método de la olla de membrana de presión y la conductividad hidráulica saturada por el método del permeámetro de carga variable.

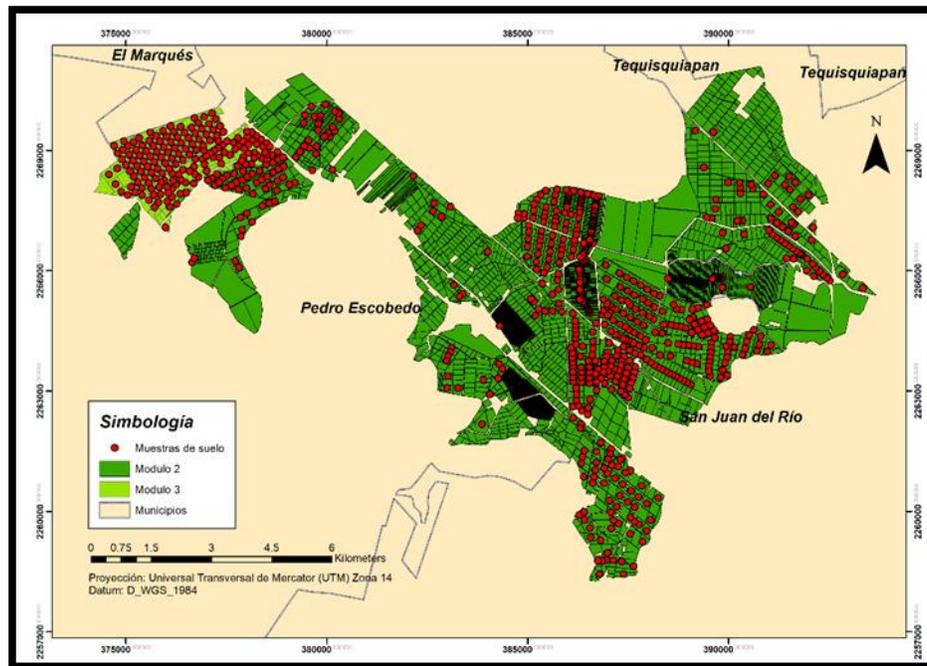


Figura 1. Puntos de muestro en el Distrito de Riego 023 San Juan del Río Querétaro.

Los modelos de Pedotransferencia

Para la estimación de K_s , se pusieron a prueba algunos de los modelos mostrados en Rasoulzadeh (2011), sin embargo, debido a que en las muestras analizadas en laboratorio no se cuantificó el contenido de materia orgánica, se analizar modelos que



utilizaban las variables que se midieron: Brakensiek *et al.* (1984), Cosby *et al.* (1984), Saxton *et al.* (1986), Vereecken *et al.* (1990) y Ferrer-Julià *et al.* (2004). El análisis estadístico de la capacidad predictiva se realizó con el paquete “stats” en R (R Core Team, 2017) usando la estimación de mínimos cuadrados no-lineal (Bates y Chambers, 1991).

Brakensiek *et al.* (1984) propusieron un modelo que está en función del contenido de arena (Sa), arcilla (Cl) y el contenido de humedad a saturación (θ_s):

$$\ln\left(\frac{K_s}{0.2778}\right) = \begin{cases} a + bSa + cCl + dSa^2 + eCl^2 + f\theta_s^2 + gSa\theta_s + hSa^2\theta_s^2 \\ + iCl^2\theta_s^2 + jSa^2Cl + kCl^2\theta_s + lSa^2\theta_s + mClSa \end{cases} \quad (1)$$

donde los coeficientes de la a-m se obtienen al ajustar el modelo a los datos experimentales.

Cosby *et al.* (1984) desarrollaron un modelo matemático que depende de los contenidos de arena (Sa) y arcilla (Cl):

$$\log_{10}\left(\frac{K_s}{0.070556}\right) = a + bSa + cCl \quad (2)$$

donde los coeficientes a, b y c se obtienen al realizar el ajuste a los datos.

Para Saxton *et al.* (1986) la función que proponen depende de los contenidos de arena (Sa), arcilla (Cl) y humedad a saturación (θ_s), mientras que Vereecken *et al.* (1990) cambia el contenido de humedad a saturación (θ_s) por la densidad aparente (ρ_a), a saber:

$$\ln\left(\frac{K_s}{0.2778}\right) = a + bSa + \frac{c + dSa + eCl + fCl^2}{\theta_s} \quad (3)$$

$$\ln\left(\frac{K_s}{0.2957}\right) = a + b\ln Cl + c\ln Sa + d\rho_a \quad (4)$$

donde los coeficientes a, b, c, d, e y f se obtienen al realizar el ajuste a los datos.

Finalmente, Ferrer-Julià *et al.* (2004) presentaron un modelo más sencillo donde la conductividad hidráulica saturada únicamente depende del contenido de arena (Sa) y dos parámetros de ajuste (a y b):

$$K_s = a(e^{bSa}) + 0.3 \quad (5)$$



Resultados y Discusión

Resultados de laboratorio

En la Tabla 1 se muestra un resumen de los resultados de la textura obtenidos en el laboratorio. Se puede ver que las muestras colectadas abarcan 11 de las 12 clases texturales y de este conjunto, los suelos predominantes en la zona de estudio son los de textura Franco Arcillo Limoso y Franco Limoso.

Tabla 1. Clasificación de las muestras de suelo por clase textural

Textura	No. de muestras	(%)
Arcilla	22	2.3
Arcilla Limosa	18	1.9
Arcilla Arenosa	11	1.2
Limo	133	14.1
Franco Arcilloso	64	6.8
Franco Arcillo Limoso	167	17.7
Franco Arcillo Arenoso	138	14.6
Franco Limoso	166	17.6
Franco	96	10.2
Franco Arenoso	121	12.8
Arena Franca	7	0.7

Conductividad hidráulica saturada obtenida con modelos existentes

La comparación de los datos medidos en laboratorio de la conductividad hidráulica saturada (K_s) con los predichos con los modelos (K_{SE}) son mostrados en las Figuras 2, 3, y 4. En todas las Figuras la línea diagonal punteada corresponde a la relación 1:1, mientras que la horizontal indica un valor de cero en la estimación de los residuales. El coeficiente de correlación de Pearson y las desviaciones estándar de los modelos utilizados se muestran en la Tabla 2.

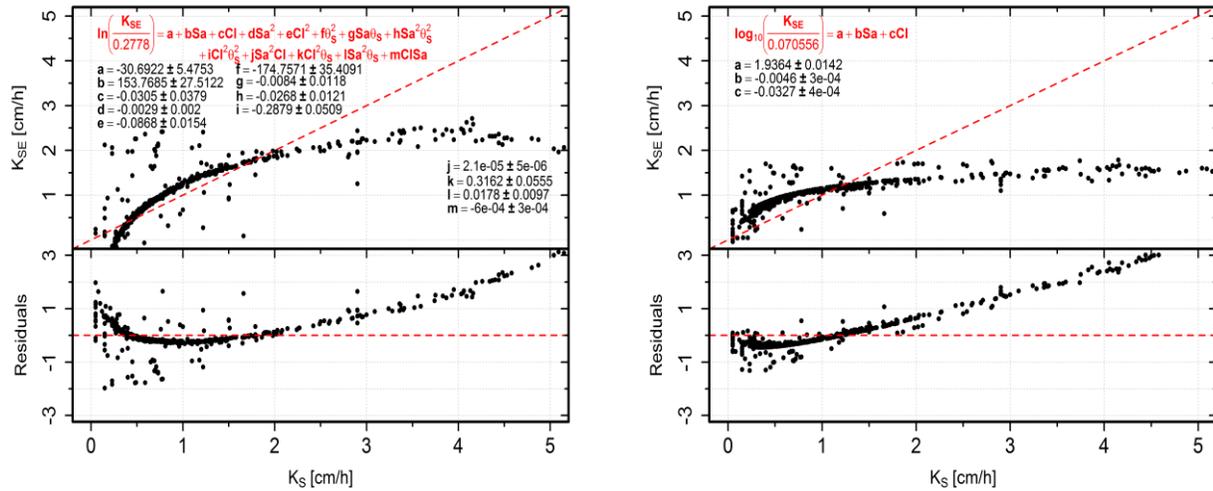


Figura 2. Comparación de la conductividad hidráulica saturada estimada (K_{SE}) con los modelos Brakensiek *et al.* (1984) (izquierda), Cosby *et al.* (1984) (derecha) y los medidos en laboratorio (K_s).

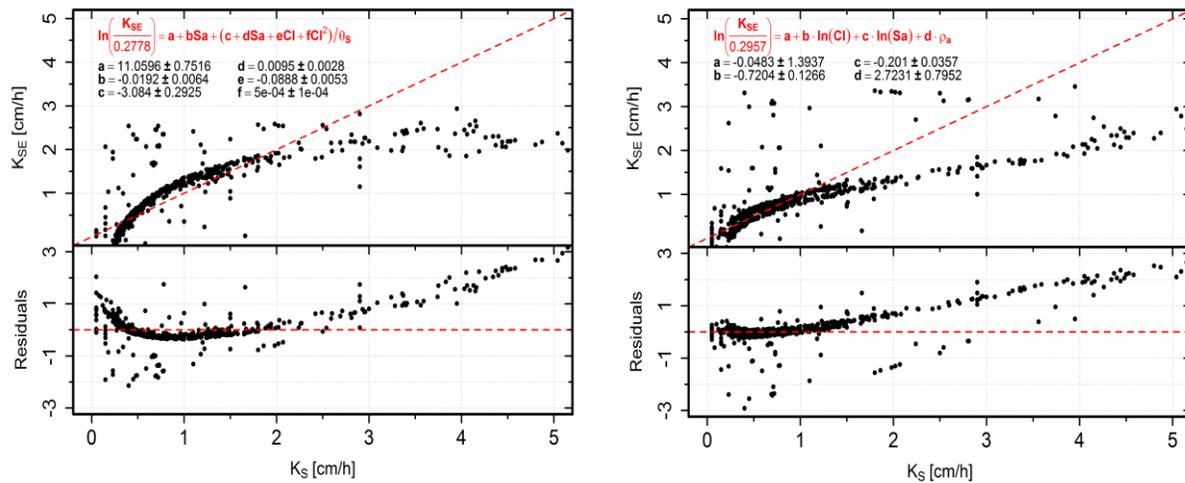


Figura 3. Comparación de la conductividad hidráulica saturada estimada (K_{SE}) con los modelos Saxton *et al.* (1986) (izquierda), Vereecken *et al.* (1990) (derecha) y los medidos en laboratorio (K_s).

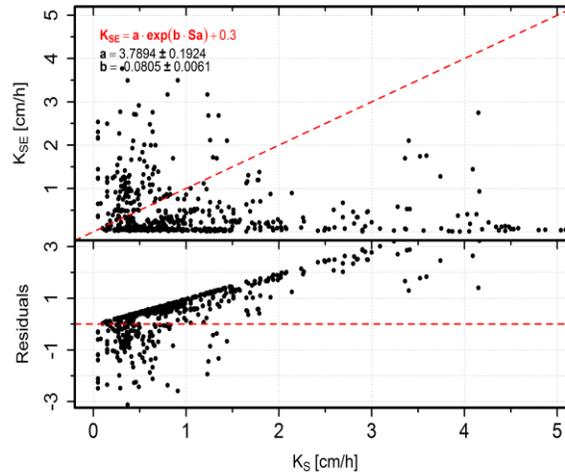


Figura 4. Comparación de la conductividad hidráulica saturada estimada (K_{SE}) con el modelo de Ferrer-Julìà *et al.* (2004) y los medidos en laboratorio (K_s).

De acuerdo al análisis de los residuales (Montgomery y Runger, 2014), cualquier valor mayor a 2 corresponde a valores anormales en la distribución de los errores, comúnmente llamados “outlier”, de esta manera, en la Tabla 2, también se muestran a partir de qué valor de la conductividad hidráulica saturada esta característica se presenta en cada uno de los modelos utilizados. Así, se puede ver que los primeros cuatro modelos empiezan a mostrar esta característica en el rango de 3.6 a 4.25 cm/h, sin embargo, en el modelo Ferrer-Julìà *et al.* (2004) se presenta a partir de 2.00 cm/h, además de que es el modelo que tiene más variación en la estimación de K_s . Lo anterior nos indica que la varianza de los errores no es constante con respecto al valor de la conductividad hidráulica saturada, que se ve reflejado en el rango de aplicación en la estimación de este parámetro.

Tabla 2. Presencia de outlier en los modelos usados

Modelo	K_s (cm/h)	σ	R^2
Brakensiek <i>et al.</i> (1984)	4.25	0.7071	0.8810
Cosby <i>et al.</i> (1984)	3.60	1.0656	0.8691
Saxton <i>et al.</i> (1986)	3.81	0.7496	0.8653
Vereecken <i>et al.</i> (1990)	4.00	0.7183	0.9016
Ferrer-Julìà <i>et al.</i> (2004)	2.00	1.2364	0.5062

Desarrollo de dos nuevos modelos

Dada la baja capacidad de predicción de la conductividad hidráulica saturada de los modelos utilizados de la literatura en este trabajo, se optó por el desarrollo de dos modelos propios. En una primera etapa se realizó un mapa de correlaciones y se observó que de todas las variables medidas, el contenido de arcilla mostró una relación



estrecha con K_s . Como primera aproximación se procedió a hacer un ajuste exponencial donde a y b son coeficientes de forma:

$$K_s = e^{a+bCl} \quad (6)$$

Para la optimización se optó por usar el método NLS, que utiliza un criterio de convergencia de desplazamiento relativo comparando la imprecisión numérica en las estimaciones de los parámetros actuales con la suma de cuadrados residual, ejecutado sobre los datos, usando la restricción $\text{var}(\text{eps}) > 0$ para evitar fallas en el método:

$$y = f(x, \theta) + \text{eps} \quad (7)$$

Como segunda propuesta se realizó un modelo lineal en función de más variables: contenidos de arcilla (Cl), humedad a saturación (θ_s) y densidad aparente (ρ_a):

$$K_s = a + bCl + c\theta_s + d\rho_a \quad (8)$$

donde a, b, c y d son coeficientes de forma.

La optimización de las constantes en los modelos se realizó con el 50% de los datos obtenidos de manera aleatoria en cada clase textural. Así, los resultados de de los ajustes son mostrados en la Tabla 3 y en la Figura 5 se muestra únicamente el ajuste realizado con el modelo exponencial, ya que el modelo lineal, al tener más de una variable independiente es complicado de visualizar. En la Figura 5 la línea diagonal punteada corresponde a la relación 1:1, mientras que la horizontal indica un valor de cero en la estimación de los residuales. Además, se muestran los valores de las constantes, el error residual estándar y el coeficiente de correlación de Pearson.

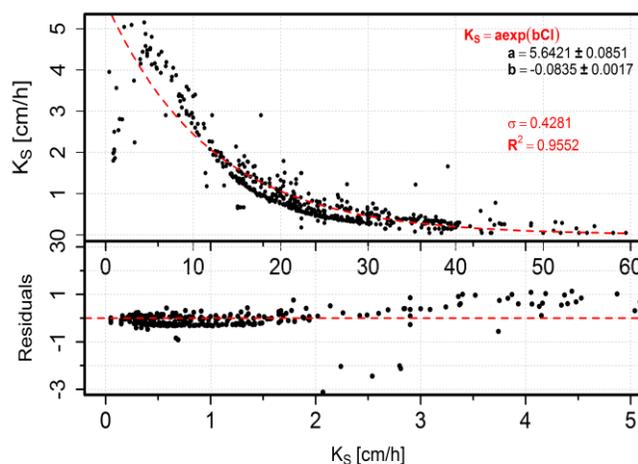


Figura 5. Ajuste del modelo exponencial, ecuación (6), con los datos de laboratorio

Tabla 3. Resultados obtenidos del ajuste a los datos de laboratorio con los modelos desarrollados

Modelo	σ	R^2
$K_s = e^{a+bCl}$	0.4281	0.9552
$K_s = a + bCl + c\theta_s + d\rho_a$	0.7164	0.8677

De la Tabla 3 se puede concluir que el modelo exponencial es el que mejor se ajusta a la base de datos de este estudio, por su menor desviación estándar y mejor coeficiente de correlación.

Predicción de la conductividad hidráulica saturada usando los modelos propuestos

La capacidad de predicción de los modelos, una vez calibrados en la sección anterior, se evaluó con el 50% restante de las muestras, de esta manera, los resultados son mostrados en la Figura 6.

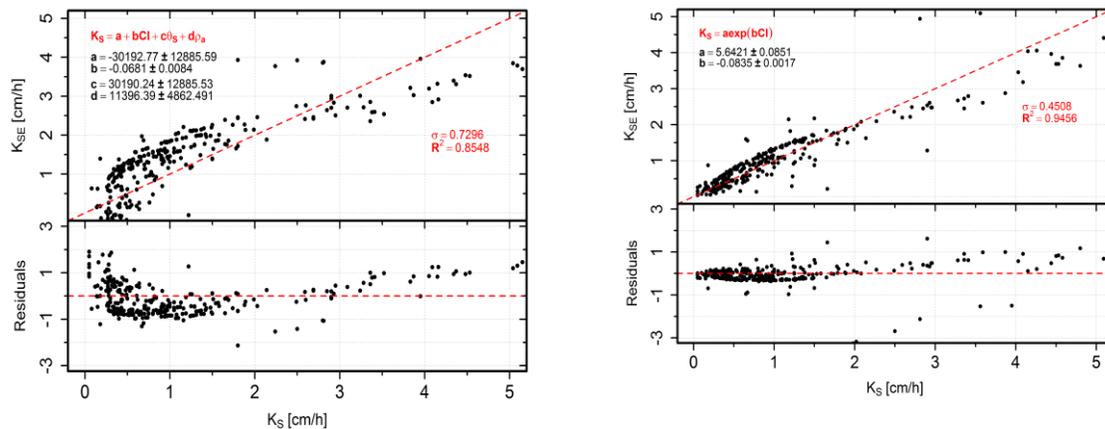


Figura 6. Predicción de la conductividad hidráulica saturada estimada (K_{SE}) con la ecuación (6) (derecha), ecuación (8) (izquierda) y los medidos en laboratorio (K_s).

De la Figura 6 se puede ver que el modelo exponencial, ecuación (6), predice de mejor manera los datos obtenidos de manera experimental al mostrar menor varianza y mayor coeficiente de correlación de Pearson, sin embargo, es el único que muestra 3 outliers, por lo que se infiere que es un modelo sensible a datos anómalos ya que únicamente utiliza 2 variables, por el contrario, con el modelo lineal al estar usando 3 variables evita la presencia de outliers pero tiene más sesgo en los residuales que el modelo exponencial.

Conclusiones

Como resultado de este trabajo se puede ver que al aplicar 5 modelos de pedotransferencia a la base de datos con la que contamos, la predicción de la conductividad hidráulica saturada es deficiente para valores mayores a 2.00 cm/h, además, de que en los modelos donde presentan una mejor predicción, hay mayor presencia de outliers, es decir, la existencia de valores anormales en la distribución de



los errores. Sin embargo, lo anterior se puede atribuir a la baja capacidad predictiva de los modelos empleados.

Por otra parte, al proponer dos nuevos modelos el ajuste se ve que es mucho mejor que al usar los ya existentes, lo anterior lo atribuimos a varios factores: uso del suelo, características de la parcela, factores de formación, entre otros. Las características anteriores, los resultados obtenidos con modelos existentes y propios nos dan herramientas para concluir que no hay modelos de pedotransferencia universales, por lo que el empleo de alguna de ellas debe tomarse con precaución, o en su defecto, desarrollar ecuaciones regionales que sean capaces de obtener la conductividad hidráulica saturada, dado un criterio de error, para que los resultados que se obtengan sean acordes a la realidad del fenómeno y lugar que se esté estudiando.

Referencias Bibliográficas

- Bates, D. M. and Chambers, J. M. (1991) Nonlinear models, chap. 10, 421–453. CRC Press, Inc.
- Brakensiek, D., Rawls, W. J. and Stephenson, G. R. (1984) Modifying scs hydrologic soil groups and curve numbers for rangeland soils. ASAE, 203.
- Cosby, B., Hornberger, G., Clapp, R. and Ginn, T. (1984) A statistical exploration of the relationship of soil moisture characteristics to the physical properties of soils. Water Resources Research, 682–690.
- Darcy, H. (1856). Dètermination des lois d'écoulement de l'eau à travers le sable. In Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon. Victor Dalmont, Paris. pp. 590-594.
- Ferrer-Julià, M., Estrela-Monreal, T., Sánchez-del Corral-Jiménez, A. and García-Meléndez, E. (2004) Constructing a saturated hydraulic conductivity map of Spain using pedotransfer functions and spatial prediction. Geoderma, 275–277.
- Green, W.H., y G.A. Ampt. (1911). Studies on Soil Physics. 1. Flow of air and water through soils. J. Agric. Sci. 4: 1-24.
- Horton, R.E. (1940). An approach towards a physical interpretation of infiltration capacity. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 5: 399-417.
- Kostiakov, A.N. (1932). On the dynamics of the coefficient of waterpercolation in soils and on the necessity of studying it from a dynamic point of view for purposes of melioration. Trans Com. Int. Soil Sci. 6th. Moscow, Part A. pp. 17-21.
- Montgomery, D. C. and Runger, G. C., (2014). Applied Statistical and Probability for Engineers, 6th Edition, John Wiley & Sons, Inc. 811 pp.
- Moreira, L; AM Righetto & VM Medeiros. (2004). Soil hydraulics properties estimation by using pedotransfer functions in a northeastern semiarid zone catchment, Brazil.



International Environmental Modelling and Software Society, 2004, Osnabrueck. Complexity and Integrated Resources Management, Transactions of the 2nd Biennial Meeting of the International Environmental Modelling and Software Society, iEMSs 2004. Manno, Switzerland 2: 990-995.

Poiseuille, J.L. (1840). Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres. Comptes rendus de l'Académie des Sciences. 12: 112-125.

R Core Team (2017) R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL: <https://www.R-project.org/>.

Rasoulzadeh, A. (2011) Estimating Hydraulic Conductivity Using Pedotransfer Functions, 145–164. InTech. URL: <https://www.intechopen.com/books/hydraulic-conductivity-issues-determination-and-applications/estimatinghydraulic-conductivity-using-pedotransfer-functions>.

Saxton, K., Rawls, W. J., Romberger, J. S. and Papendick, R. I. (1986) Estimating generalized soil water characteristics from texture. Soil Science Society of America Journal, 1301–1036.

Venables, W. N. and Ripley, B. D. (2002) Modern Applied Statistics with S. New York: Springer, fourth edn. URL: <http://www.stats.ox.ac.uk/pub/MASS....> ISBN 0-387-95457-0.

Vereecken, H., Maes, J. and Feyen, J. (1990) Estimating generalized soil water characteristics from texture. Soil Science, 1–12.