Artículo: COMEII-16057

II CONGRESO NACIONAL
DE RIEGO Y DRENAJE COMEII 2016
Chapingo, Edo. de México, del 08 al 10 de septiembre

MODELACIÓN DEL FLUJO DEL AGUA EN SUELOS CON VARIABILIDAD ESPACIAL

Felipe Zataráin[1*]; Carlos Fuentes[1]

[1] Coordinación de Riego y Drenaje. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnáhuac Núm. 8532 Progreso, Jiutepec, Morelos. C.P. 62550. fzatarain@tlaloc.imta.mx. (*Autor para correspondencia).

Resumen

El estudio de los procesos de transporte en la zona no saturada del suelo se puede realizar adecuadamente a través de ecuaciones diferenciales macroscópicas. Una de las principales dificultades para aplicar estas ecuaciones en la escala del terreno es la estimación de los parámetros que están sujetos a una gran variabilidad espacial. Afortunadamente, a esta escala de estudio el interés generalmente se centra en parámetros estadísticos de las variables y no en una caracterización puntual.

En este trabajo se presenta un modelo para calcular los momentos estadísticos del contenido de humedad que satisfacen la ecuación unidimensional de Richards (1931). La componente estocástica es introducida a través de los factores de escala, que son calculados con observaciones de la conductividad hidráulica a saturación. Con datos de una parcela en el Valle del Carrizo se encontró que los perfiles probabilísticos difieren sensiblemente de los obtenidos en forma determinística.

Palabras clave: Conductividad hidráulica, infiltración.

Introducción

La aproximación más aceptada para predecir la transferencia del agua en el suelo se basa en la ley de Darcy, cuya combinación con ecuaciones derivadas del principio de conservación de la masa conduce a ecuaciones macroscópicas de transporte.

Dos de las restricciones más importantes para la aplicación de las ecuaciones macroscópicas de transporte son la determinación de los parámetros que en las ecuaciones intervienen y la variabilidad espacial de los mismos en la escala del terreno.

La validación de las ecuaciones macroscópicas y la determinación de sus coeficientes se realizan generalmente en experimentos de laboratorio, por ejemplo, en columnas de suelo sujetas a condiciones de frontera que provocan un flujo macroscópico unidimensional, de tal manera que se puede inferir el valor de la conductividad hidráulica a saturación (una de las propiedades macroscópicas de mayor interés). Sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones el interés se centra en la escala del terreno, mucho mayor que la escala de la columna de laboratorio y con una heterogeneidad espacial que limita la aplicación de la modelación determinística debido a la incertidumbre con respecto a las propiedades del suelo. Esta incertidumbre puede ser formalizada considerando a estas propiedades como funciones espaciales aleatorias. De esta manera, las ecuaciones de flujo se vuelven de naturaleza estocástica, y las variables dependientes (potencial de presión, humedad, concentración de solutos, etc.) son también funciones espaciales aleatorias. Por lo tanto, el objetivo de la modelación estocástica es evaluar los momentos estadísticos de las variables de interés dados los momentos estadísticos de las propiedades del suelo. Generalmente, los estudios se restringen a la determinación de los dos primeros momentos, el valor de la media y la función de covariancia.

En el presente trabajo se presenta un modelo para calcular los momentos estadísticos del contenido de humedad y de la concentración de solutos que satisfacen la ecuación unidimensional de Richards.

Materiales y métodos

El análisis del procesos de transferencia de agua en el suelo a la escala del terreno se simplifica al asumir que el flujo en cada perfil es vertical, es decir, que la condición de frontera en la superficie del suelo (z=0) y las propiedades del suelo están distribuidas de tal manera que los gradientes en las direcciones x, y son pequeños comparados con los gradientes en la dirección z. Por lo tanto, la modelación se realiza de manera determinística en columnas independientes de suelo y la variabilidad espacial es introducida en el plano x-y a través de factores de escala.

El flujo de agua se modela con la forma unidimensional de la ecuación de Richards (1931):

$$C(\psi)\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[K(\psi)\left(\frac{\partial\psi}{\partial z} - 1\right)\right] \tag{1}$$

donde ψ es el potencial de presión, expresado como una altura equivalente de columna de agua, $C(\psi) = d\theta / d\psi$ es la capacidad específica, y $K(\psi)$ es la conductividad hidráulica expresada como función del potencial de presión.

Para resolver la ecuación (1) se aceptan las características hidrodinámicas de Fujita y Parlange (Fuentes *et al*., 1992):

$$\psi = \psi_c\left\{\frac{\alpha}{\beta}\ln\left[\frac{1-\alpha S_e}{(1-\alpha)S_e}\right] + \frac{\beta-\alpha}{\beta(1-\beta)}\ln\left[\frac{1-\beta+(\beta-\alpha)S_e}{(1-\alpha)S_e}\right]\right\} \tag{2}$$

$$K = K_s\frac{S_e[1-\beta+(\beta-\alpha)S_e]}{1-\alpha S_e} \quad ; \quad S_e = \frac{\theta-\theta_r}{\theta_s-\theta_r} \tag{3}$$

donde θ_s y θ_r son respectivamente los contenidos volumétricos de agua a saturación natural y residual de manera que: $\theta_s = \theta(0)$ y $\theta_r = \theta(-\infty)$; K_s es la conductividad hidráulica a saturación; $\psi_c = -\lambda_c$ donde λ_c es la escala de Bouwer (1964); α y β son parámetros adimensionales tales que: $0<\alpha<1$ y $0<\beta<1$.

La variabilidad espacial de las características hidrodinámicas del suelo es introducida utilizando la teoría de los medios similares propuesta por Miller y Miller (1956), en la que se supone que la geometría interna de un medio poroso cualquiera en una región, puede ser obtenida a partir de un suelo de referencia a través de un factor de escala:

$$r = \frac{R}{R_*} \tag{4}$$

donde R es el radio de poro de un suelo cualquiera y R* es el radio del poro correspondiente, en el suelo de referencia. Utilizando las leyes de Laplace y Poiseuille, Fuentes (1992) obtiene las relaciones entre las propiedades hidrodinámicas W de un suelo dado y las del suelo de referencia (*):

$$W = r^p W^* \tag{5}$$

con p=-1 para los potenciales de presión (ψ) y gravitacional (z) y para las coordenadas espaciales (x,y,z); p=-3 para el tiempo; p=2 para la conductividad y para el flujo.

Ya que en la teoría de los medios similares se asume implícitamente que la porosidad es la misma en todos los medios, los parámetros θ_s y θ_r se consideran determinísticos. También los parámetros de "forma" α, β y c se asumen determinísticos.

El suelo de referencia se construye de acuerdo con Fuentes (1992) y la distribución probabilística se calcula para el logaritmo de los factores de escala ($\tau = \ln r$). Los parámetros K_s, ψ_c y λ para los diferentes suelos son calculados entonces con la ecuación (5).

Una vez que se tienen los parámetros determinísticos: θ_s, θ_r, ψ_d^*, λ^*, c, α, β, σ_τ, y K_s^*, (σ_τ es la desviación estándar del logaritmo de los factores de escala) y las condiciones iniciales y de frontera, el cálculo de la media y la variancia de la variables θ se lleva a cabo resolviendo numéricamente las ecuación (1) para cada conjunto de valores arbitrarios de K_s, ψ_c y λ.

Para la simulación unidimensional se utiliza la siguiente aproximación en diferencias finitas (Zataráin *et al*., 1998):

$$C\left(\overline{\omega}\left(\psi_i\right)\right)\frac{\delta^{n+1/2}\left(\psi_i\right)}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta z}\left[K\left(\overline{\gamma}_i\left(\overline{\omega}\left(\psi\right)\right)\right)\left(\frac{\delta_{i+1/2}\left(\overline{\omega}\left(\psi\right)\right)}{\delta_{i+1/2}\left(z\right)}-1\right)-K\left(\gamma_{i-1}\left(\overline{\omega}\left(\psi\right)\right)\right)\left(\frac{\delta_{i-1/2}\left(\overline{\omega}\left(\psi\right)\right)}{\delta_{i-1/2}\left(z\right)}-1\right)\right] \tag{6}$$

donde:

$$\overline{\omega}(\varphi) = \omega\varphi^{n+1} + (1-\omega)\varphi^n \tag{7}$$

$$\delta^{n+1/2}(\varphi) = \varphi^{n+1} + \varphi^n \tag{8}$$

$$\delta_{i+1/2}(\varphi) = \varphi_{i+1} + \varphi_i \tag{9}$$

$$\overline{\gamma}_i(\varphi) = \gamma(\varphi_{i+1}) + \gamma(\varphi_i) \tag{10}$$

Análisis y discusión de resultados

El modelo es aplicado al lote 17 del módulo 3 del Distrito de Riego 076, Valle del Carrizo, Sin. Para estimar la conductividad hidráulica se utilizó el método de la barrena y la fórmula de Ernst (1950) sobre una malla de 80 m, en el sentido vertical, y 50 m, en el sentido horizontal para un total de 35 puntos.

Se obtiene la conductividad saturada en el suelo de referencia: $K_s^* \cong 2.02$ cm/h y la desviación estándar del logaritmo de los factores de escala: $\sigma_\tau \cong 0.263$.

Se adopta la forma de la características hidrodinámicas de Fujita-Parlange con los siguientes valores de los parámetros: $\theta_s = 0.45\,\mathrm{cm^3/cm^3}$, $\theta_r = 0.1$ $\mathrm{cm^3/cm^3}$, $\alpha = \beta = 0.95$, $\lambda_c^* = 45\,\mathrm{cm}$. Se utilizaron las siguientes condiciones de frontera: $\theta(z = 0, t) = \theta_s$, con t_1=2 horas y con una condición inicial constante: $\theta(z, t = 0) = 0.2$ $\mathrm{cm^3/cm^3}$.

Los valores de K_s^i, ψ_c^i y λ^i para i=1,2,...,N se calculan de la manera siguiente: i) se divide el área P(Z) bajo la curva normal estándar en N clases iguales y se obtiene el valor de Z_i para cada clase; ii) se calculan los valores de τ_i con: $\tau_i = Z_i\sigma_\tau$; ii) Los valores K_s^i y ψ_c^i son obtenidos con: $K_s^i = K_s^* \exp(2\tau_i)$, $\psi_c^i = \psi_c^* \exp(-\tau_i)$, respectivamente.

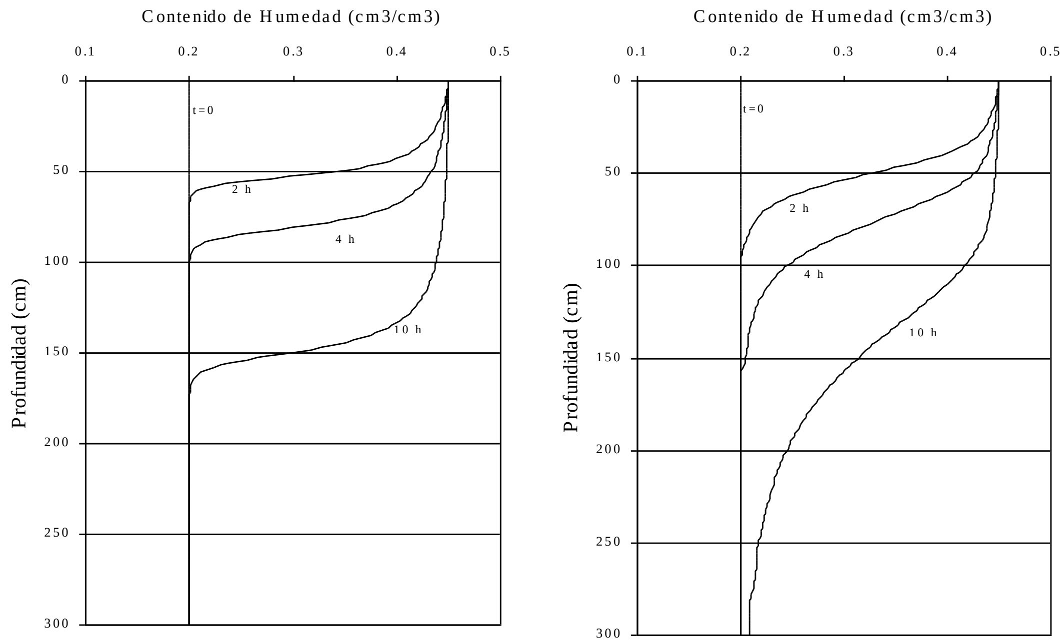
Los valores calculados de $\theta(z,t;\tau)$ son utilizados para calcular los momentos estadísticos por evaluación numérica:

$$\bar{u}(z,t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} u_i(z,t) \tag{13}$$

$$\sigma_u^2(z,t) = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left[u_i(z,t) - \bar{u}(z,t)\right]^2 \tag{14}$$

donde u toma los valores de θ.

En la figura 1 se puede apreciar que los perfiles calculados en el suelo de referencia y los de $\langle\theta\rangle$ resultan ser diferentes tanto en su forma como en la profundidad alcanzada por el agua.



(a) (b)

Figura 1. Simulación de la transferencia de agua. (a) Determinístico; (b) Estocástico.

Los autores consideran la aplicación de estos enfoques para modelar perfiles medidos de humedad en condiciones experimentales.

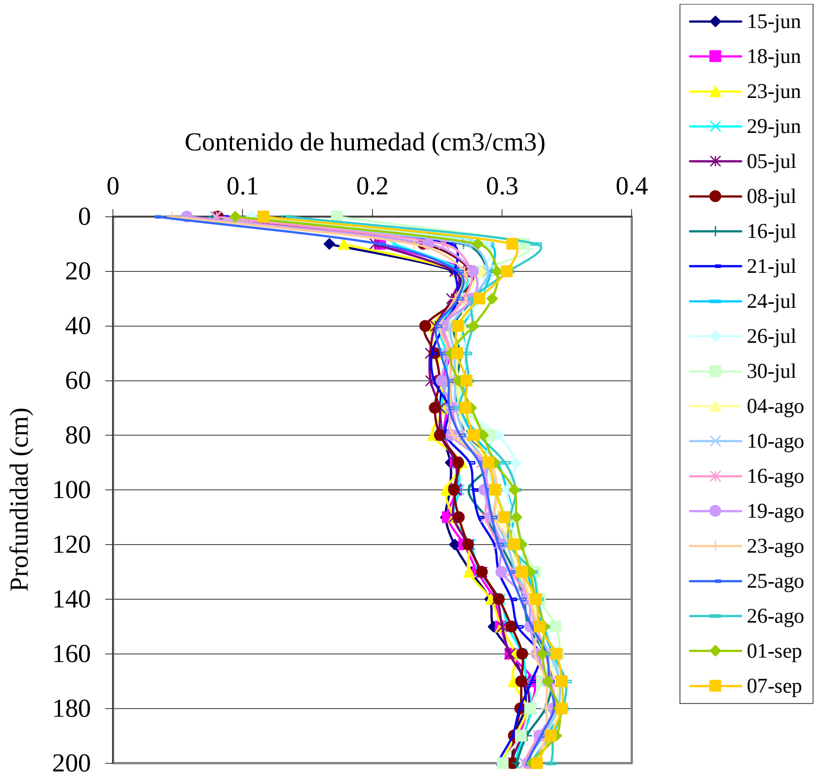


Figura 2. Ejemplo de perfiles medidos en sitio con suelo desnudo.

Conclusiones

Para estudiar el efecto de la variabilidad en las observaciones de la conductividad hidráulica a saturación sobre los procesos de transferencia se utiliza un método probabilístico sin correlación espacial, con la aplicación estadística de dos momentos. Este último método combinado con la solución numérica de la ecuación unidimensional de Richards es aplicado a una parcela experimental en el Valle del Carrizo, Sin. Los resultados obtenidos muestran que los perfiles probabilísticos difieren sensiblemente de los obtenidos en forma determinística.

Referencias bibliográficas

Bouwer, H. 1964. Rapid field measurement of air entry value and hydraulic conductivity of soil as significant parameters in flow system analysis. Water Resour. Res. 2:729-738.

Fuentes, C., 1992. Approche fractale des transferts hydriques dans les sols non-saturés. Tesis de Doctor de la Universidad Joseph Fourier de Grenoble, Francia. 267 pp.

Fuentes, C., R. Haverkamp and J.Y. Parlange. 1992. Parameter constraints on closed-form soilwater relationships. Journal of Hydrology 134: 117-142.

Fuentes, C., F. Zataráin, R. Mercado y F. Brambila. 1995. Un modelo para el estudio del transporte de los contaminantes en el suelo. Memorias XXVI Congreso Nacional de la Ciencia del Suelo. Cd. Victoria, Tamaulipas, México. p. 37.

Miller, E. E., y R. D. Miller, 1956. Physical theory for capillary flow phenomena. J. Appl. Phys., 27: 324-332.

Richards, L.A., 1931. Capillary conduction of liquids through porous mediums. Physics 1:318-333.

Zataráin-Mendoza, F., C. Fuentes, O. Palacios, R. Mercado, F. Brambila, y N. García, 1998. Modelación del transporte de agua y de solutos en el suelo. Agrociencia, Volumen 32, Número 4.