



Artículo: COMEII-16055

II CONGRESO NACIONAL DE RIEGO Y DRENAJE COMEII 2016

Chapingo, Edo. de México, del 08 al 10 de septiembre

FACTORES DE AJUSTE PARA LA PÉRDIDA DE CARGA POR FRICCIÓN EN TUBERÍAS CON SALIDAS MÚLTIPLES TELESCÓPICAS O CON SERVICIO MIXTO

Vicente Ángeles Montiel¹

¹Departamento de Irrigación, Universidad Autónoma Chapingo. km 38.5 carretera México-Texcoco, Chapingo, Estado de México. C.P. 056230. vangelesm@msn.com. (*Autor de correspondencia).

Resumen

En este trabajo se presentan dos expresiones para valorar el factor de ajuste en el cálculo de la pérdida de carga por fricción en tuberías con salidas múltiples telescópicas (constituidas por dos o más tramos de tubería con diámetro de diferente magnitud o tipo de material) o con servicio mixto (tramo de tubería en el que el diámetro y el tipo de material se mantienen invariables, que conduce y distribuye caudal). La característica fundamental de estos factores es su simplicidad, ya que exhiben una representación similar a la del conocido factor de ajuste para el cálculo de pérdida de carga por fricción en tuberías con salidas múltiples de Christiansen. Los resultados obtenidos al computar el factor de ajuste con las expresiones propuestas en las aplicaciones desarrolladas, muestran que son tan precisas como las de otros investigadores, precisión que se puede verificar fácilmente con la determinación de la pérdida de carga en una tubería con salidas múltiples, segmento a segmento entre salidas consecutivas. Se concluye así, que las ecuaciones que se proponen para valorar el factor de ajuste en el cálculo de la pérdida de carga por fricción en el tipo de tuberías referido, evita la determinación tediosa segmento a segmento entre salidas consecutivas de dicha pérdida, en toda la gama de situaciones que en la práctica se puedan prestar en la ejecución de proyectos de riego a presión. Finalmente, pero no por ello menos importante, es el hecho de que se prevé un grado de aceptación considerable de las ecuaciones de estos factores de ajuste por los especialistas en el ramo de la irrigación dada su simplicidad, precisión y representación conocida.

Palabras clave adicionales: Pérdida de carga por fricción, tubería con salidas múltiples, factor de ajuste.



Introducción

Las tuberías con salidas múltiples son utilizadas en distintos sistemas de riego a presión como la aspersión convencional (fijos, semi-fijos o portátiles), la aspersión de movimiento intermitente (side roll, power roll o lateral con ruedas) y la aspersión de movimiento continuo (avance frontal); la microirrigación (goteo puntual, cinta de riego, microaspersión) y las tuberías multicompuertas para riego por gravedad. Esto hace que sea muy importante en la etapa de diseño de dichos sistemas, el disponer de expresiones que permitan con relativa facilidad el cálculo de la pérdida de carga por fricción que se presenta en las tuberías que los constituyen y así, realizar una adecuada selección de los equipos de impulsión necesarios para un correcto funcionamiento. La pérdida de carga por fricción en una tubería con salidas múltiples, resulta ser menor que en una tubería simple (con la misma longitud, diámetro interno idéntico y transportando un caudal constante a lo largo de toda la longitud de la tubería), ello debido a que el caudal va disminuyendo en la dirección del flujo y por tanto la velocidad y pérdida de carga por fricción se reducen en cada segmento de tubería entre dos salidas consecutivas. La evaluación estricta de la pérdida de carga por fricción en este tipo de tuberías, requiere del cálculo de la pérdida de carga por fricción en cada uno de los segmentos (ubicados entre dos salidas consecutivas y el que se encuentra desde la entrada de la tubería a la primera salida) que la componen, sin embargo, cuando el número de salidas es elevado, esta forma de cuantificar la pérdida de carga por fricción resulta impráctica. Varios han sido los investigadores que han propuesto expresiones (aplicables para ciertas condiciones específicas), que agilicen la valoración de la pérdida de carga por fricción en una tubería de estas características, baste citar a: Christiansen (1942), Jensen y Fratini (1957), Scaloppi (1988), Anwar (1999) y más recientemente China y Domínguez (2006).

Materiales y métodos

La pérdida de carga por fricción en una tubería simple (figura 1), se determina con:

$$hf = K \frac{Q^m}{D^n} L \quad (1)$$

donde hf es la pérdida de carga por fricción; K involucra al coeficiente de conversión de unidades y al coeficiente de fricción que depende de la fórmula empleada para cuantificar hf (Manning, Hazen-Williams, Scobey, Darcy-Weisbach, ...); Q caudal que circula en la tubería desde el inicio hasta el final de la misma; D diámetro interno de la tubería; L longitud de la tubería; *m* y *n* exponentes del caudal y del diámetro interno de la tubería, respectivamente. La ecuación 1 indica que la pérdida de carga por fricción es independiente de la posición de la tubería, es decir, hf tendrá el mismo valor independientemente de que la tubería esté colocada en posición horizontal, ascendente o descendente.

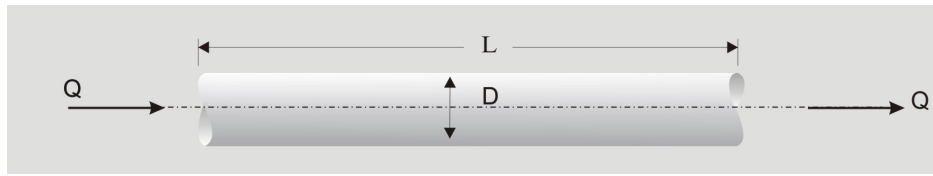


Figura 1. Tubería simple

La pérdida de carga por fricción en una tubería con salidas múltiples en toda su longitud (figura 2), será menor que la pérdida de carga por fricción en una tubería simple sin salidas, a causa de que el caudal circulante disminuye en toda la longitud de la misma.

El cálculo de la pérdida de carga por fricción en una tubería con salidas múltiples requiere la determinación segmento a segmento, desde la última salida aguas abajo hasta la primera aguas arriba, de la pérdida de carga por fricción provocada en cada uno de ellos (cuadro 1).

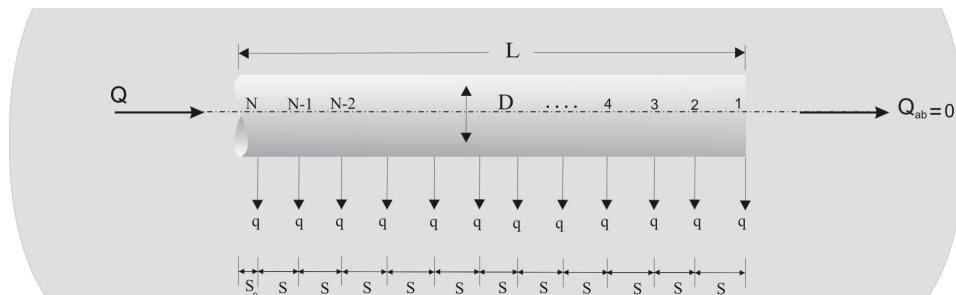


Figura 2. Tubería con salidas múltiples

Cuadro 1. Cálculo de la pérdida de carga por fricción en una tubería con salidas múltiples

Segmento	Longitud (m)	Diámetro (mm)	Caudal (l/h)	Pérdida de Carga (m)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	S	D	1q	$KD^{-n}S(1q)^m$
2	S	D	2q	$KD^{-n}S(2q)^m$
3	S	D	3q	$KD^{-n}S(3q)^m$
4	S	D	4q	$KD^{-n}S(4q)^m$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N-2	S	D	(N-2)q	$KD^{-n}S[(N-2)q]^m$
N-1	S	D	(N-1)q	$KD^{-n}S[(N-1)q]^m$
N	S_0	D	Nq	$KD^{-n}S_0(Nq)^m$

Si se suman los valores de la columna 5 del cuadro 1, se obtiene la pérdida de carga por fricción en toda la longitud de la tubería con salidas múltiples, matemáticamente esto puede expresarse por la ecuación 2.



$$hf_L = \sum_{i=1}^N hf_i = \sum_{i=1}^N K \frac{q^m i^m}{D^n} S = K \frac{q^m}{D^n} S \sum_{i=1}^N i^m \quad (2)$$

donde hf_L es la pérdida de carga por fricción en la tubería con salidas múltiples; N número total de salidas; hf_i es la pérdida de carga por fricción en cada uno de los segmentos que constituyen la tubería con salidas múltiples; q es el caudal constante de cada una de las salidas; S es la distancia constante entre dos salidas consecutivas y la distancia entre el inicio de la tubería y la primera salida ($S_0 = S$).

De las características establecidas anteriormente para una tubería simple y una tubería con salidas múltiples, se cumplen las siguientes dos relaciones:

$$S = \frac{L}{N} \quad (3)$$

$$q = \frac{Q}{N} \quad (4)$$

Substituyendo las ecuaciones 3 y 4 en la ecuación 2 se llega a la ecuación 5.

$$hf_L = K \frac{Q^m}{D^n} L \left[\frac{1}{N^{m+1}} \sum_{i=1}^N i^m \right] \quad (5)$$

La ecuación 5 representa la manera tradicional de cuantificar la pérdida de carga por fricción en una tubería con salidas múltiples, es decir, se afecta la pérdida de carga por fricción en una tubería simple hf por un factor F que tiene en cuenta el número de salidas, por esto, la ecuación 5 puede reescribirse como:

$$hf_L = hf[F] \quad (6)$$

donde a F suele denominársele factor de salidas múltiples, y que para este caso estaría dado por la ecuación 7.

$$F = \frac{1}{N^{m+1}} \sum_{i=1}^N i^m \quad (7)$$

Christiansen (1942) desarrolló el factor de salidas múltiples F_1 , para evitar llevar a cabo la suma de la ecuación 7, el cual está dado por:

$$F_1 = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{2N} + \frac{\sqrt{m-1}}{6N^2} \quad (8)$$

Los supuestos hechos en la deducción del factor F_1 de Christiansen son:

1. La distancia entre salidas consecutivas S es constante
2. El caudal que proporciona cada salida q es constante



3. La distancia del inicio de la tubería a la primera salida (S_0) es igual a S
4. No hay caudal aguas abajo de la última salida, $Q_{ab} = 0$
5. Las características de tipo de material de la tubería (aspereza) y diámetro interno de la misma se mantienen constantes

En muchas situaciones en el campo, la primera salida no puede estar localizada a un espaciamiento de la entrada de la tubería igual al que existe entre salidas consecutivas S , dejándose de cumplir el supuesto 3 de Christiansen. Jensen y Fratini (1957), derivaron un factor de salidas múltiples F_2 donde la distancia entre el inicio de la tubería y la primera salida, es igual a la mitad del espaciamiento entre salidas consecutivas. Dicho factor está dado por la ecuación 9.

$$F_2 = \frac{2N}{2N-1} \left(\frac{1}{m+1} + \frac{\sqrt{m-1}}{6N^2} \right) \quad (9)$$

Scaloppi (1988), derivó un factor de salidas múltiples F_3 tomando como base la ecuación de F_1 propuesta por Christiansen, donde el espaciamiento desde el inicio de la tubería a la primera salida puede ser cualquier distancia; dejándose de cumplir el supuesto 3 de Christiansen, la expresión de dicho factor es:

$$F_3 = \frac{NF_1 + r_s - 1}{N + r_s - 1} \quad (10)$$

Donde r_s es la relación entre la distancia, mayor o menor a S , del inicio de la tubería a la primera salida y el espaciamiento constante entre salidas consecutivas, $r_s = S_0/S$; se puede verificar que la ecuación 9 es un caso particular de la 10 sustituyendo en esta última un valor de r_s igual a $1/2$. Asimismo, la ecuación 8 es un caso particular de la 10 con r_s igual a 1.

El caudal Q que entra a un tramo de tubería con salidas múltiples va disminuyendo a lo largo del mismo al darse la emisión del caudal q en cada una de las salidas, por esta razón, se recomienda que cuando la longitud sea muy grande se utilice una tubería telescópica (reducción del diámetro de la tubería en el sentido del flujo). En estas condiciones, ninguna de las fórmulas 8, 9 ó 10 es aplicable directamente al cálculo de la pérdida de carga por fricción, dado que para cualquier tramo de tubería con un diámetro determinado –excepto el último– existirá caudal aguas abajo de la última salida (figura 3), dejándose de cumplir los supuestos 4 y 5 de Christiansen. El caudal aguas abajo de la última salida, en el tramo de tubería en análisis con un diámetro determinado, alimentará a las salidas que se encuentren aguas abajo en tramos sucesivos con diámetro de menor tamaño.

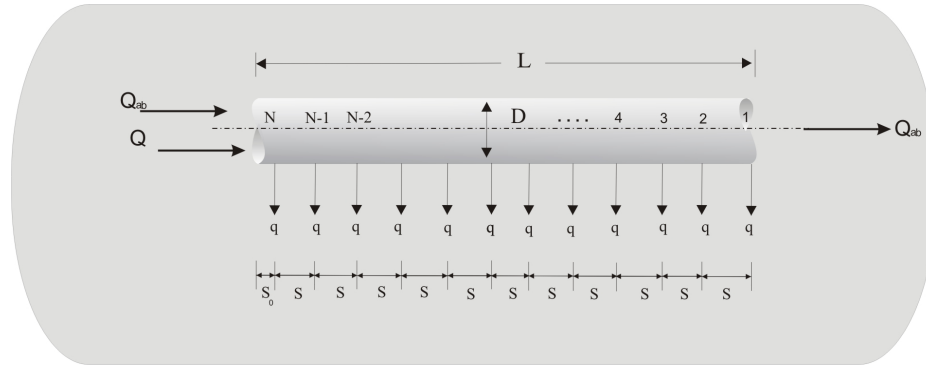


Figura 3. Tubería con salidas múltiples con caudal aguas abajo de la última salida

El cálculo de la pérdida de carga por fricción, determinando ésta en cada segmento entre dos salidas consecutivas, para una tubería con salidas múltiples telescópica o lo que equivale a presentar caudal aguas abajo de la última salida, se muestra en el cuadro 2.

Cuadro 2. Cálculo de la pérdida de carga por fricción en una tubería con salidas múltiples con caudal aguas abajo de la última salida

Segmento (1)	Longitud (m) (2)	Diámetro (mm) (3)	Caudal (l/s) (4)	Pérdida de Carga (m) (5)	Pérdida de carga (m) (6)
1	S	D	$1q+Q_{ab}$	$KD^{-n}S(1q+Q_{ab})^m$	$KD^{-n}Sq^m(1+N')^m$
2	S	D	$2q+Q_{ab}$	$KD^{-n}S(2q+Q_{ab})^m$	$KD^{-n}Sq^m(2+N')^m$
3	S	D	$3q+Q_{ab}$	$KD^{-n}S(3q+Q_{ab})^m$	$KD^{-n}Sq^m(3+N')^m$
4	S	D	$4q+Q_{ab}$	$KD^{-n}S(4q+Q_{ab})^m$	$KD^{-n}Sq^m(4+N')^m$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N-2	S	D	$(N-2)q+Q_{ab}$	$KD^{-n}S[(N-2)q+Q_{ab}]^m$	$KD^{-n}Sq^m [(N-2)+N']^m$
N-1	S	D	$(N-1)q+Q_{ab}$	$KD^{-n}S[(N-1)q+Q_{ab}]^m$	$KD^{-n}Sq^m [(N-1)+N']^m$
N	S_0	D	$Nq+Q_{ab}$	$KD^{-n}S_0(Nq+Q_{ab})^m$	$KD^{-n}S_0q^m (N+N')^m$

Si el caudal aguas abajo Q_{ab} en la columna 5 del cuadro 2 se divide por el caudal constante de cada salida q se obtendrá un número de salidas N' ficticio aguas abajo y, por lo tanto, puede ser substituido Q_{ab} por $N'q$, generándose de esta manera la columna 6 del cuadro 2.

La suma de los valores de la columna 6 del cuadro 2 proporciona la pérdida de carga por fricción, en toda la longitud de la tubería con salidas múltiples con caudal aguas abajo de la última salida, esto puede expresarse mediante la ecuación 11.

$$hf_L = \sum_{i=1}^N hf_i = \sum_{i=1}^N K \frac{q^m (i + N')^m}{D^n} S = K \frac{q^m}{D^n} S \sum_{i=1}^N (i + N')^m \quad (11)$$



donde N' es el número de salidas ficticias aguas abajo de la última salida resultado de computar la relación Q_{ab}/q .

Substituyendo las ecuaciones 3 (con $S_0=S$) y 4 en la ecuación 11 se llega a la ecuación 12.

$$hf_L = K \frac{Q^m}{D^n} L \left[\frac{1}{N^{m+1}} \sum_{i=1}^N (i + N')^m \right] \quad (12)$$

La ecuación 12 representa también la manera tradicional de cuantificar la pérdida de carga por fricción en una tubería con salidas múltiples, es decir, se afecta la pérdida de carga por fricción en una tubería simple hf por un factor F_4 que toma en cuenta tanto el número de salidas (N) en el tramo de tubería con un diámetro dado en análisis, como las ficticias (N') en otro tramo de tubería con igual o distinta magnitud en diámetro aguas abajo, por esto, la ecuación 12 puede reescribirse como la ecuación 6, siendo el factor de salidas múltiples dado por la ecuación 13.

$$F_4 = \frac{1}{N^{m+1}} \sum_{i=1}^N (i + N')^m \quad (13)$$

Para llegar a una expresión en la que se evite realizar la suma de la ecuación 13, se considera que se tiene un número total de salidas N_T igual a la suma de N y N' , entonces la suma de los N_T términos elevados a una potencia m , se puede expresar como:

$$\sum_{i=1}^{N_T} i^m = \sum_{i=1}^{N'} i^m + \sum_{i=1}^N (i + N')^m \quad (14)$$

De la ecuación 14 se despeja la suma que corresponde al tramo de tubería con diámetro dado en análisis que tiene caudal aguas abajo, es decir:

$$\sum_{i=1}^N (i + N')^m = \sum_{i=1}^{N_T} i^m - \sum_{i=1}^{N'} i^m \quad (15)$$

La ecuación 8 para F_1 de Christiansen, se puede expresar en forma alternativa por medio de la ecuación 16.

$$F_1 = \frac{1}{N^{m+1}} \left[\frac{N^{m+1}}{m+1} + \frac{N^m}{2} + \frac{\sqrt{m-1}(N^{m-1})}{6} \right] \quad (16)$$

Si se compara la ecuación 7 y 16, se puede establecer la igualdad de la ecuación 17, que representa la generalización de la suma de N enteros positivos (a partir de 1) elevados a la potencia m en sus 3 primeros términos, según Christiansen.



$$\sum_{i=1}^N i^m = \left[\frac{N^{m+1}}{m+1} + \frac{N^m}{2} + \frac{\sqrt{m-1}(N^{m-1})}{6} \right] \quad (17)$$

Aplicando la ecuación 17 a cada una de las sumas del lado derecho de la igualdad en la ecuación 15, se llega a la ecuación 18.

$$\sum_{i=1}^N (i + N')^m = \left[\frac{N_T^{m+1}}{m+1} + \frac{N_T^m}{2} + \frac{\sqrt{m-1}(N_T^{m-1})}{6} \right] - \left[\frac{N'^{m+1}}{m+1} + \frac{N'^m}{2} + \frac{\sqrt{m-1}(N'^{m-1})}{6} \right] \quad (18)$$

Sustituyendo la ecuación 18 en la ecuación 13 y agrupando se llega a la ecuación 19.

$$F_4 = \frac{1}{N^{m+1}} \left[\frac{N_T^{m+1} - N'^{m+1}}{m+1} + \frac{N_T^m - N'^m}{2} + \frac{\sqrt{m-1}(N_T^{m-1} - N'^{m-1})}{6} \right] \quad (19)$$

Si en la ecuación 19 N' es cero, se obtiene la ecuación 16 que proporciona el factor de salidas múltiples de Christiansen.

La ecuación 19 es equivalente a la ecuación 8 de Christiansen, pero ahora aplicable a una tubería con salidas múltiples que presente caudal aguas abajo de la última salida, mantiene la tradición del cálculo de la pérdida de carga por fricción en una tubería con salidas múltiples utilizando el factor F_1 de Christiansen, en el sentido de que afecta a la pérdida de carga por fricción que se produce en una tubería simple que conduce un caudal igual al producto del número de salidas N y el caudal constante q que se emite por cada una de las salidas, aunque el valor del coeficiente de salidas múltiples en este caso no siempre resulte menor o igual a la unidad. En términos algebraicos, esto se expresa como:

$$hf_L = K \frac{Q^m}{D^n} L[F_4] \quad (20)$$

Anwar (1999a), presenta una expresión para estimar el coeficiente de salidas múltiples de la ecuación 20 y considera en el cálculo de hf_L el caudal total Q_T que resulta de la suma del caudal que se distribuyen entre las N salidas (Q) y el caudal aguas abajo (Q_{ab}), es decir:

$$hf_L = K \frac{(Q + Q_{ab})^m}{D^n} L[F_5] = K \frac{Q_T^m}{D^n} L[F_5] \quad (21)$$

En la ecuación 21, según Anwar (1999a), F_5 está dado por:

$$F_5 = \frac{1}{N^{m+1}(1+r_c)^m} \left(\begin{array}{l} \frac{1}{m+1} \{ [N(1+r_c)+1]^{m+1} - [N(r_c)]^{m+1} \} \\ - \frac{1}{2} \{ [N(1+r_c)+1]^m + [N(r_c)]^m \} \\ + \frac{m}{12} \{ [N(1+r_c)+1]^{m-1} - [N(r_c)]^{m-1} \} \end{array} \right) \quad (22)$$

En la ecuación 22, r_c representa la relación del caudal aguas abajo y el caudal que se distribuye en las N salidas ($r_c = Q_{ab}/Q = N'/N$).

Cuando la distancia entre el inicio de la tubería con salidas múltiples y la primera salida es diferente de la distancia entre salidas consecutivas ($S_0 \neq S$) y/o cuando existe longitud de tubería más allá de la última salida (figura 4), habrá que realizar los ajustes correspondientes a la ecuación 20.

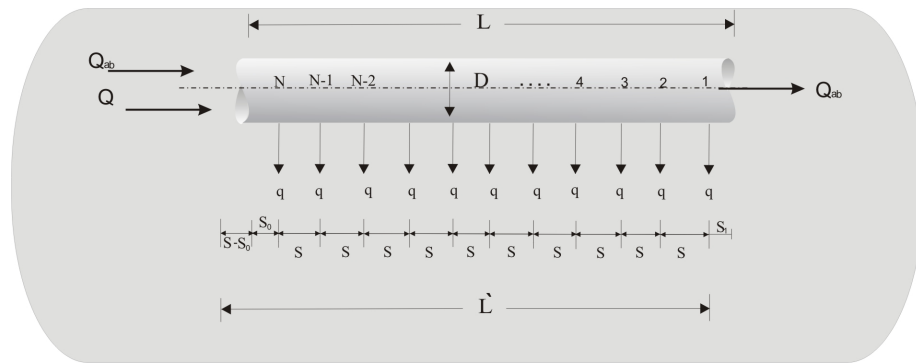


Figura 4. Tubería con salidas múltiples con caudal aguas abajo de la última salida, con $S_0 \neq S$ y longitud de tubería más allá de la última salida aguas abajo.

El primer ajuste que se hace es considerar en la ecuación 11 la relación Q_T/N_T en lugar de Q/N como valor representativo del caudal q que se emite en cada una de las salidas (q numéricamente tendrá el mismo valor cuando N' es entero, este caso se presenta en las tuberías con salidas múltiples telescópicas), entonces la ecuación para el factor de salidas múltiples es:

$$F_6 = \frac{1}{N_T^m N} \left[\frac{N_T^{m+1} - N'^{m+1}}{m+1} + \frac{N_T^m - N'^m}{2} + \frac{\sqrt{m-1}(N_T^{m-1} - N'^{m-1})}{6} \right] \quad (23)$$

Con $Q_T = Q + Q_{ab}$, $N_T = N + N'$ y $N' = Q_{ab}/q$.

La ecuación 23 mantiene la tradición respecto al cálculo de la pérdida de carga por fricción en una tubería con salidas múltiples empleado el factor F_1 de Christiansen, en el sentido de que el factor de salidas múltiples es siempre menor o igual a la unidad, pero el caudal que se considera en el cálculo de la pérdida de carga por



fricción en el tramo de tubería simple, resulta de sumar el producto de las N salidas y el caudal q de cada salida, con el caudal circulante aguas abajo de la última salida.

El segundo ajuste es en la pérdida de carga que se presenta en la longitud real L respecto a la longitud hipotética L' (considerada como N veces S , figura 4), así se tiene que:

$$hf_L = K \frac{Q_T^m}{D^n} L' [F_6] - K \frac{Q_T^m}{D^n} (S - S_0) + K \frac{Q_{ab}^m}{D^n} S_1 \quad (24)$$

Considerando las relaciones de longitud $r_s = S_0/S$, $r_t = S_1/S$ y $S=L'/N$ la ecuación 24 queda:

$$hf_L = K \frac{Q_T^m}{D^n} L' \left[\frac{NF_6 - 1 + r_s + \left(\frac{N'}{N_T}\right)^m r_t}{N} \right] \quad (25)$$

Para involucrar a la longitud real L en la ecuación 25 y apoyándose en la figura 4, se tiene que:

$$hf_L = K \frac{Q_T^m}{D^n} L \left[\frac{NF_6 - 1 + r_s + \left(\frac{N'}{N_T}\right)^m r_t}{N - 1 + r_s + r_t} \right] \quad (26)$$

Por lo tanto, para calcular el coeficiente de salidas múltiples para una tubería en las condiciones dadas en la figura 4, se emplea la ecuación 27.

$$F_7 = \left[\frac{NF_6 - 1 + r_s + \left(\frac{N'}{N_T}\right)^m r_t}{N - 1 + r_s + r_t} \right] \quad (27)$$

Si no existe longitud de tubería adicional aguas abajo de la última salida ($r_t=0$), la ecuación 27 adquiere la forma de la ecuación 10 propuesta por Scaloppi (1998).

Anwar (1999b), llega a una expresión similar a la de Scaloppi (1998) para el coeficiente de salidas múltiples, dada por la ecuación 28.



$$F_8 = \left[\frac{NF_5 - 1 + r_s}{N - 1 + r_s} \right] \quad (28)$$

China y Domínguez (2006), presenta una expresión para el coeficiente de salidas múltiples aplicable a las condiciones de la figura 4, dada por:

$$F_9 = \frac{N_T}{N_T - 1 + r_s} \left[\frac{1 - \left(\frac{N'}{N_T}\right)^{m+1}}{m+1} + \frac{2r_s - 1 - (1 - 2r_t) \left(\frac{N'}{N_T}\right)^m}{2N_T} + \frac{1 - \left(\frac{N'}{N_T}\right)^{m-1}}{12N_T^2} m \right] \quad (29)$$

Entonces, para calcular la pérdida de carga por fricción, se aplica la ecuación 26 (considerando la longitud completa de los tramos de tubería con salidas múltiples $L = (N' + N - 1) * S + S_0$), sustituyendo F_7 por F_9 .

Análisis y discusión de resultados

Aplicación, China y Domínguez (2006):

En una lateral de riego de microirrigación con 50 emisores, determinar la pérdida de carga por fricción entre:

1. El inicio de la lateral de riego y un punto localizado a la mitad del espaciamiento entre las salidas 36 y 37, contadas a partir del final de la misma y en sentido hacia aguas arriba (tramo de tubería corto con servicio mixto), con $r_s=2$ y $r_t=0.5$.
2. El inicio de la lateral de riego y un punto localizado a un cuarto del espaciamiento entre las salidas 26 y 27, contadas a partir del final de la misma y en sentido hacia aguas arriba (tramo de tubería largo con servicio mixto), con $r_s=2$ y $r_t=0.75$.
3. El punto medio del espaciamiento de las salidas 36 y 37 y el punto localizado a un cuarto del espaciamiento entre las salidas 26 y 27 contadas a partir del final de la misma y en sentido hacia aguas arriba (tramo de tubería intermedio), con $r_s=0.5$ y $r_t=0.75$.

La fórmula de Darcy-Weisbach para el cálculo de la pérdida de carga por fricción, determinando el factor de fricción f con la fórmula de Blasius ($f = 0.3164/Re^{0.25}$), está dada por la siguiente expresión:

$$hf = 0.4664 \frac{Q^{1.75}}{D^{4.75}} L \quad (30)$$

donde h_f resulta en m, Q se introduce en l/h, D en mm y L en m.

Los datos disponibles son: diámetro interno 21 mm, número de emisores en la lateral 50, caudal medio del emisor 37.5 l/h, espaciamiento entre emisores consecutivos 2.5 m, espaciamiento entre el inicio de la lateral y la primera salida 5 m, longitud más allá de la última salida en análisis en el sentido del flujo en el tramo de tubería corto con servicio mixto 1.25 m, longitud más allá de la última salida en análisis en el sentido del flujo en el tramo de tubería largo con servicio mixto 1.875 m.

En el cuadro 3 se presentan los resultados de aplicar tanto la fórmulas de China y Domínguez (2006) como las fórmulas 23 y 27 propuestas en este trabajo.

Cuadro 3. Resultados de la tercera aplicación

Tramo	L (m)	D (mm)	N	N'	N _T	Q (l/h)	h _f (m)	(Ec. 23)	(Ec.27)	(Ec. China y Domínguez, 2006)	h _{fL} (m)
								F ₆	F ₇	F ₉	
Corto	127.50	21		36	50	1875	16.638			0.241	4.018
	38.750	21	14	36	50	1875	5.057	0.788	0.795		4.018
Largo	127.50	21		26	50	1875	16.638			0.328	5.465
	64.375	21	24	26	50	1875	8.401	0.646	0.651		5.465
Inter-medio	127.50	21			50	1875	16.638			0.328-0.241=0.087	1.447
	25.625	21	10	26	36	1350	1.882	0.796	0.769		1.447
Diferencia entre las pérdidas de carga del tramo largo y el corto											1.447

La pérdida de carga por fricción, evaluada segmento a segmento en cada uno de los tramos analizados, coincide plenamente con los resultados mostrados en el cuadro 3.

Conclusiones

Con las expresiones para los factores de salidas múltiples F_4 y F_6 propuestas (y este último en combinación con la expresión desarrollada para F_7), se puede determinar la pérdida de carga por fricción en cualquier tipo de situación que se presente en la práctica, en las tuberías con salidas múltiples (con descarga discreta a lo largo de la tubería) que constituyen a los sistemas de riego a presión, por ello se considera que en el estado actual de conocimiento, dichas expresiones proporcionan una generalización del Factor de salidas múltiples propuesto por Christiansen (1942).

En la determinación de la pérdida de carga por fricción en un tramo de tubería con salidas múltiples empleando la expresión de F_4 , se incluye sin más el caudal que se va a distribuir a lo largo del tramo de tubería en análisis así como su longitud efectiva, lo que representa una ventaja al momento de establecer el valor de estos parámetros; en cambio en la expresión de F_5 dada por Anwar (1999a) se utiliza la



suma del caudal que se distribuye con el caudal que se conduce. En tanto que, en la utilización de las expresiones para F_6 y F_7 se asigna únicamente el valor de la longitud efectiva del tramo de tubería bajo análisis, lo que también representa cierta ventaja en comparación a la longitud completa (resultado de sumar la longitud de todos los tramos que constituyen la tubería en análisis) que se usa cuando se cuantifica la pérdida de carga por fricción en un tramo de tubería con salidas múltiples utilizando la expresión para F_9 propuesta por Chinea y Domínguez (2006).

Se comprueba mediante el cálculo de la pérdida de carga por fricción segmento a segmento en una tubería con salidas múltiples, la validez de las fórmulas propuestas en este trabajo para el cálculo de la pérdida de carga por fricción en las tuberías con salidas múltiples, que presentan caudal aguas abajo de la última salida (tuberías con servicio mixto) y tuberías con salidas múltiples telescópicas. Además, es de observarse que los valores que arroja la fórmula para F_4 , rompe con el rango tradicional de ser menor o igual a uno y el uso de la fórmula para F_6 obliga a calcular la pérdida de carga en el tramo de tubería simple correspondiente, empleando la suma de caudales de todas las salidas ubicadas en ella y el caudal aguas abajo de la última salida, obteniéndose valores de coeficientes menores o iguales a uno.

Referencias bibliográficas

- Anwar A., A. 1999a. Factor G for pipelines with equally spaced multiple outlets and outflow. *Journal of irrigation and drainage engineering*. 125:1:34-38.
- Anwar A., A. 1999b. Ajusted Factor G_a for pipelines with multiple outlets and outflow. *Journal of irrigation and drainage engineering*. 125:6:355-339.
- Chinea R., R. y Domínguez A., 2006. Total Friction Loss along Multiple Outlets Pipes with Open End. *Journal of irrigation and drainage engineering*. 132:1:31-40.
- Christiansen J., E. 1942. Irrigation by Sprinkling. California Agric. Experiment Station Bull. No. 670. University of California, Davis, Calif.
- Churchill S., W. 1977. Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes. *Chem. Engrg.*, 84:24:91-92
- Jensen M., C., and Fratini A., M. 1957. Adjusted "F" factors for sprinkler lateral design. *Agric. Engrg.*, 38:4:247
- Scaloppi E., J. 1988. Ajusted "F" factor for multiple-outlet pipes. *J. Irrig. and Drain. Engrg*, ASCE, 114:1:169-174