



II CONGRESO NACIONAL DE RIEGO Y DRENAJE COMEII 2016

Chapingo, Edo. de México, del 08 al 10 de septiembre

MODELACIÓN DEL LAVADO DE SUELOS SALINOS CON LA ECUACIÓN ADVECCIÓN DISPERSIÓN USANDO DRENAJE SUBTERRÁNEO

Carlos Alberto Chávez García^{1*}; Carlos Fuentes²

¹Centro de Investigaciones del Agua. Universidad Autónoma de Querétaro. Cerro de las Campanas S/N. Col. Las Campanas. 76010, Querétaro, México. chagcarlos@gmail.com. (*Autor para correspondencia)

²Coordinación de Riego y Drenaje. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 62550 Jiutepec, Morelos, México.

Resumen

Los sistemas de drenaje subterráneos son usados para controlar el nivel freático y para reducir o prevenir la salinidad del suelo. El flujo de agua es descrita por la ecuación de Boussinesq de los acuíferos libres y la ecuación advección dispersión es usada para estudiar el transporte de los solutos. En este trabajo se presenta una solución en diferencias finitas de la ecuación advección dispersión usando una condición de radiación lineal en los drenes. Los parámetros de las ecuaciones son estimados a partir de una metodología basada en la curva granulométrica y problemas inversos. Los valores del flujo de agua que requiere la ecuación advección dispersión se obtienen a partir de la solución de la ecuación de Boussinesq, donde se usa una condición de radiación fractal y porosidad drenable variable. Para evaluar la capacidad descriptiva de la solución, se utilizan datos obtenidos a partir de un experimento de drenaje realizado en laboratorio. Los parámetros medidos en el experimento fueron el pH, temperatura y conductividad eléctrica para encontrar la concentración de sales. La evolución de la concentración de sales es reproducida con la solución en diferencias finitas aquí presentada encontrando la dispersividad a partir de la modelación inversa. Los resultados muestran que la solución puede ser utilizada para el diseño de sistemas de drenaje agrícola, para mejorar el desarrollo del cultivo, en función de sus requerimientos de agua y del grado de tolerancia a la salinidad.

Palabras clave adicionales: Ecuación de Boussinesq, suelo salino, diferencias finitas, dispersividad, modelación inversa.



Introducción

En México se tienen 6.46 millones de hectáreas bajo riego ubicadas principalmente en el centro y norte del país (CONAGUA 2015). Uno de los principales problemas que se ha venido observando en los últimos años es el ensalitramiento de las zonas de riego y por consiguiente el abandono de estos terrenos. Hasta el año 2000, se estimaba que 2 millones de hectáreas bajo riego tenían niveles bajos de producción por la influencia salina en las tierras agrícolas (Feuchter 2000).

El proceso de ensalitramiento bajo riego ha adquirido magnitudes considerables, provocando que en la actualidad, el 33.0% de la superficie bajo riego se encuentre afectada por algún grado de salinidad, disminuyendo notablemente la productividad de algunos distritos de riego y causando pérdidas económicas.

Ante el grado de afectación de la salinidad en los distritos de riego del país, 10,000 ha anuales (Feuchter 2000), una alternativa técnica y económica para recuperar el suelo es el drenaje agrícola subterráneo, considerando siempre la interacción de esta tecnología con el medio ambiente. Estos sistemas, abaten los niveles del manto freático y disminuyen la concentración de sales en el perfil del suelo.

La dinámica del agua en los sistemas de drenaje ha sido estudiada con la ecuación de Boussinesq de los acuíferos libres, la cual ha sido resuelta utilizando la técnica del elemento finito (Zavala et al. 2007), diferencias finitas (Chávez et al. 2011), entre otras. La dinámica de los solutos, siguiendo esencialmente el movimiento del agua, sigue la ley de Fick. Esta ley es fenomenológica como la ley de Darcy. El propio transporte de las sustancias en el agua sería incompleto sino se agregan términos convectivos.

Lo anterior resulta en la ecuación de advección-dispersión, nombrada por la gravedad y por la ley de Fick. La sustancia también está en la fase gaseosa del suelo y adsorbida en la fase sólida; la primera se desprecia con fines de modelación del transporte en agua, pero es importante en cuanto a la cantidad de fertilizantes que se van a la atmósfera en un momento dado, y para incorporar la segunda se debe conocer la relación entre la sustancia que transporta el agua y la que adsorbe e intercambia la estructura sólida del suelo, esta relación es conocida como la isoterma de adsorción.

De esta manera, el presente trabajo tiene como objetivo resolver la ecuación unidimensional de advección-dispersión utilizando la técnica de diferencias finitas, acoplada con la ecuación de Boussinesq para modelar el transporte de solutos en sistemas de drenaje, asumiendo que el soluto está concentrado en la fase líquida principalmente.

La ecuación de Boussinesq

En el estudio de la dinámica del agua en sistemas de drenaje con la ecuación de Boussinesq (1904), se asume generalmente que las variaciones de la carga hidráulica a lo largo de los tubos de drenaje (dirección y) son despreciables con respecto a las variaciones de la carga en un corte transversal (dirección x). Así, la ecuación a resolver en el dominio mostrado en la Figura 1 se reduce a una dimensión, que resulta de la ecuación de continuidad ($\partial(vH)/\partial t + \partial(Hq)/\partial x = R_w$) y de la ley de Darcy ($q = -K_s \partial H/\partial x$), a saber:

$$\mu(H) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[T(H) \frac{\partial H}{\partial x} \right] + R_w \quad (1)$$

donde $H = H(x, t)$ es la carga hidráulica contada a partir de un estrato impermeable, y es una función de la coordenada horizontal (x) y del tiempo (t); q es el flujo de Darcy o caudal por unidad de área; K_s es la conductividad hidráulica a saturación; $v = v(H)$ es la porosidad drenable como una función de la carga; R_w es el volumen de recarga en la unidad de tiempo por unidad de área del acuífero.

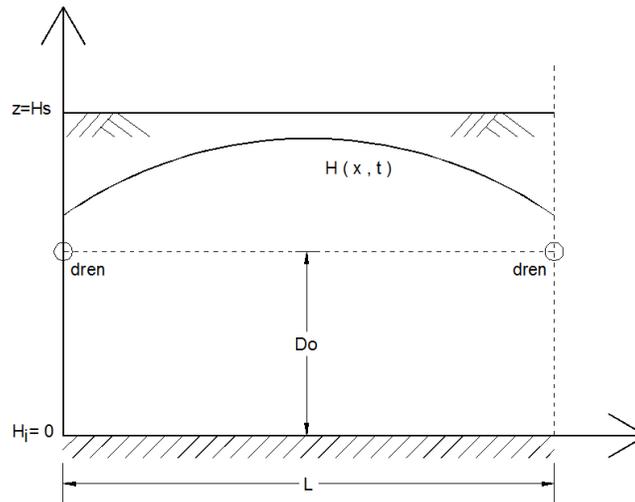


Figura 1. Esquema de un sistema de drenaje agrícola subterráneo.

El caudal unitario de agua $Q_u = Hq$ es proporcionado por:

$$Q_u = -T(H) \frac{\partial H}{\partial x} \quad ; \quad T(H) = K_s H \quad (2)$$

donde $T(H)$ es la transmisibilidad.



La capacidad de almacenamiento de acuerdo con Fuentes *et al.* (2009) está definida por:

$$\mu(H) = \theta_s - \theta(H - H_s) \quad (3)$$

donde θ_s es el contenido de humedad a saturación; y $\theta(H - H_s)$ representa la evolución del contenido de humedad en la posición $z = H_s$ mientras la superficie libre desciende.

La porosidad drenable

Para calcular la capacidad de almacenamiento y la porosidad drenable es necesario proporcionar la curva de retención de humedad del suelo. En la literatura es bastante común representarla con la ecuación de van Genuchten (1980):

$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[1 + (\psi/\psi_d)^n \right]^{-m}$, donde ψ es el potencial del agua en el suelo definido por $\psi = (H - z)$, ψ_d un parámetro de escala de la presión, θ_s el contenido volumétrico de agua a saturación, θ_r el contenido de humedad residual, m y n parámetros de forma adimensionales y positivos. Introduciendo esta ecuación en la ecuación (3) proporciona la capacidad de almacenamiento:

$$\mu(H) = (\theta_s - \theta_r) \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{H_s - H}{|\psi_d|} \right)^n \right]^{-m} \right\} \quad (4)$$

El contenido de humedad a saturación puede ser asimilado a la porosidad total (ϕ), la cual es estimada a partir de la densidad total del suelo seco (ρ_t) y de la densidad de las partículas (ρ_o) con la fórmula $\phi = 1 - \rho_t/\rho_o$; el contenido de humedad residual puede ser asumido igual a cero.

Condiciones inicial y de frontera

La carga hidráulica contada a partir del estrato impermeable $H(x,t)$ está relacionada con la carga $h(x,t)$ contada a partir de los drenes, de acuerdo con la Figura 1, por:

$$H(x,t) = D_o + h(x,t) \quad (5)$$

donde D_o es la altura de los drenes a partir del estrato impermeable. La variación transversal de h al inicio del proceso de drenaje es considerada como la condición inicial:



$$h(x, 0) = h_s(x) \tag{6}$$

En cuanto a las condiciones de frontera o condiciones en los drenes ubicados en $x = 0$ y $x = L$, se han asumido formas diversas: abatimiento instantáneo en los drenes o condición de Dirichlet (Dumm 1954), flujo proporcional a la carga o condición de radiación lineal ($q \propto h$) (Fuentes *et al.* 1997; Fragoza *et al.* 2003), y de radiación fractal (Zavala *et al.* 2004, 2007). Siendo la última la que ha dado mejores aproximaciones a los datos experimentales, la cual es escrita como:

$$-K_s \frac{\partial h}{\partial x} \pm q_s \left(\frac{h}{h_s} \right)^{2s} = 0 \quad ; \quad x = 0, L \tag{7}$$

donde el signo positivo corresponde al dren posicionado en $x = 0$; el negativo al posicionado en $x = L$; q_s es el flujo correspondiente y depende de las características de la interfaz suelo-dren. En cuanto al exponente s , los autores argumentan que está definido por $s = D/E$, donde D es la dimensión fractal efectiva de la interfaz suelo-dren y $E = 3$ es la dimensión de Euclides del espacio físico. La relación entre s y la porosidad efectiva de la interfaz es proporcionada por la ecuación presentada por Fuentes *et al.* (2001): $(1 - \phi)^s + \phi^{2s} = 1$. La ecuación (7) contiene como casos particulares la condición de radiación lineal cuando $s = 1/2$ y una condición de radiación cuadrática cuando $s = 1$. El gasto de agua que fluye a través de la frontera por unidad de longitud de dren en un sistema de drenes paralelos se obtiene de las ecuaciones (2), (5) y (7):

$$Q_d(t) = 2[D_o + h(0, t)] q_s [h(0, t)/h_s]^{2s} \tag{8}$$

La evolución temporal de la lámina drenada se calcula con la siguiente expresión:

$$\ell(t) = \frac{1}{L} \int_0^t Q_d(\bar{t}) d\bar{t} \tag{9}$$

donde \bar{t} es una variable de integración.

La ecuación advección dispersión

La ecuación advección dispersión que rige el transporte de solutos en el suelo en su forma unidimensional resulta de la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial(\theta C)}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = R_s \tag{10}$$

y de la ley dinámica



$$q_s = qC - \theta Da \frac{\partial C}{\partial x} \quad (11)$$

es decir

$$\frac{\partial(\theta C)}{\partial t} + \frac{\partial(qC)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\theta Da \frac{\partial C}{\partial x} \right] + R_s \quad (12)$$

donde Da es el coeficiente de difusión del soluto en el agua; C la concentración total del soluto en el suelo y R_s es el término donde se incluyen ganancias o pérdidas del soluto debidas a las reacciones químicas y a la extracción de las plantas. Es importante hacer notar que θ se obtiene del modelo del flujo de agua.

Los compuestos solubles en agua y que tienen una presión de vapor despreciable en general, pueden existir en tres fases del suelo. Pueden estar disueltos en el agua, como vapor en la atmósfera del suelo y como fase estacionaria adsorbida a la materia orgánica del suelo o en las superficies minerales de arcilla. La concentración de volumen total (C_T) del compuesto, expresada en unidades de masa por volumen de suelo puede ser escrita como:

$$C_T = aC_g + \theta C_d + \rho_b C_a \quad (13)$$

donde C_g es la concentración gaseosa del compuesto (masa del compuesto en vapor por volumen de aire), C_d es la concentración del compuesto disuelto (masa del soluto por volumen de solución), C_a es la concentración del compuesto absorbido (masa del sorbante por masa de suelo seco), a es el contenido volumétrico de aire (volumen/volumen de suelo), θ es el contenido volumétrico de agua (volumen/volumen de suelo), y ρ_t es la densidad aparente. Así, la concentración de la sustancia con respecto al volumen del medio poroso (C_T), será el resultado de una parte que está en el agua, en el aire y su equilibrio dinámico con la fase que la genera. Generalmente, la parte de la misma en estudios en escalas de tiempo pequeños, como el riego y el drenaje de un medio poroso, la fase gaseosa no es considerada, razón por la cual, en este trabajo se ignora la concentración en la fase adsorbida, la concentración en la fase gaseosa y el término R_s .

El esquema numérico

El esquema numérico utilizado parte de la suposición de que el soluto está concentrado en la fase líquida principalmente. A nivel de la escala de Bousinesq el contenido volumétrico de agua es asimilado como el producto de la porosidad



drenable por la carga ($\theta = vH$). Así, la ecuación de advección-dispersión de transporte de una especie que se resuelve es:

$$\frac{\partial(vHC)}{\partial t} + \frac{\partial(HqC)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[vHDa \frac{\partial C}{\partial x} \right] + R_s \quad (14)$$

La solución numérica de la ecuación (14) es planteada por Chávez *et al.* 2014 y es el que se sigue en este trabajo.

La condición de radiación lineal

La condición de frontera tipo radiación, o condición mixta, consiste en aceptar una variación lineal entre el flujo dispersivo y la diferencia de concentración con el medio externo (C_{ext}) y la frontera, para todo tiempo. La condición de radiación lineal es debida originalmente a Newton quien postula que el flujo de calor en la frontera de un cuerpo es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el medio que lo rodea; el resultado es equivalente a una ley de tipo Ohm en electricidad. Para linealizar estas condiciones, se introduce una generalización del coeficiente de conductancia adimensional (κ_s), de esta manera:

$$-\frac{\partial C}{\partial x} + \kappa_s \frac{C - C_{ext}}{L} = 0 \quad (15)$$

La selección de los incrementos espacial y temporal es ampliamente discutida por Chávez *et al.* (2014), en el cuál se realiza una comparación del abatimiento de la superficie libre para todo tiempo entre los resultados obtenidos con la solución en diferencias finitas de la ecuación de Boussinesq y los resultados obtenidos con una solución analítica reportada en la literatura. Se concluye que los valores óptimos de interpolación que minimizan la suma de los cuadrados de los errores son $\gamma = \frac{1}{2}$ y $\omega = 0.98$, para el espacio y tiempo respectivamente.

Resultados

Fase experimental

Para evaluar la capacidad del modelo, se realiza una prueba de drenaje en un contenedor rectangular con las siguientes características: profundidad de los drenes $H_s = 120$ cm; profundidad del estrato impermeable $D_o = 25$ cm; separación entre drenes $L = 100$ cm; diámetro y longitud de los drenes $d = 5$ cm y $\ell = 30$ cm. El suelo utilizado es de textura limosa con características salinas. Éste, fue pasado por el tamiz de 2 mm y colocado en el contenedor a una densidad promedio de $\rho_t = 1.1408$ g/cm³. El contenido de humedad a saturación del suelo corresponde a



$\theta_s = 0.5695 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ y la dimensión fractal relativa obtenida es $s = 0.7083$, definida de manera implícita por la ecuación $(1-\phi)^s + \phi^{2s} = 1$.

Las características hidrodinámicas

En este trabajo se utiliza la curva de retención de humedad de van Genuchten (1980) y un modelo de conductividad hidráulica de Fuentes *et al.* (2001) denominado “poro de la media geométrica” $\left\{ K(\Theta) = K_s \left[1 - (1 - \Theta^{1/m})^{sm} \right]^2 \right\}$ con la restricción $0 < sm = 1 - 2s/n < 1$; donde K_s es la conductividad hidráulica saturada y Θ el grado de saturación efectivo definido como $\Theta = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$.

La curva granulométrica

Los parámetros de forma m y n de la curva de retención son obtenidos a partir de la curva granulométrica (Fuentes 1992) ajustándola con la ecuación $F(D) = \left[1 + (D_g/D)^N \right]^{-M}$ donde $F(D)$ es la frecuencia acumulada, basada en el peso de las partículas cuyos diámetros son inferiores o iguales a D ; D_g es un parámetro característico del tamaño de las partículas, M y N son dos parámetros de forma empíricos. Estos parámetros son reescritos de la siguiente manera; $M = m$ y $N = \left[1/2(1-s) \right]n$. Los parámetros ajustados se muestran el cuadro I. En la Figura 2 se muestra la curva granulométrica experimental y el mejor ajuste obtenido con $D_g = 36.2993 \mu\text{m}$ y $m = 0.3410$ con una raíz del error cuadrático medio de $\text{RECM} = 0.1477$.

Cuadro 1. Valores de los parámetros de ajuste de la curva granulométrica y la lámina drenada

Modelo	Parámetros de ajuste			
	K_s	ψ_d	κ	RECM
	(cm/h)	(cm)	(adim)	(cm)
Poros de la Media Geométrica	1.5458	143.87	0.0616	0.2195

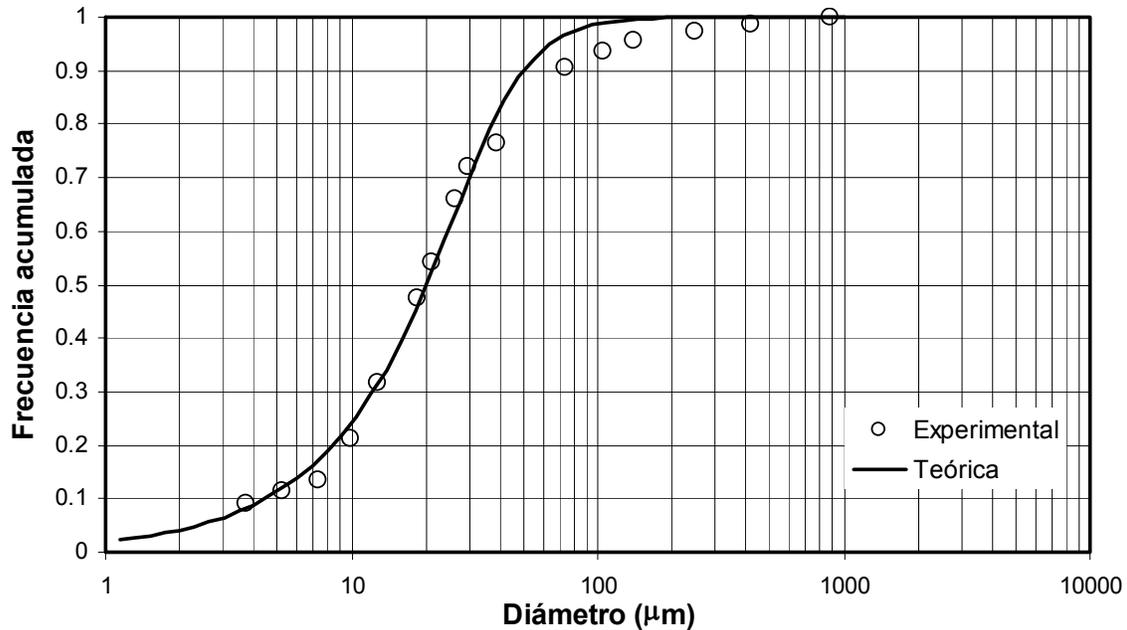


Figura 2. Curva granulométrica experimental y ajustada.

La lámina drenada y los parámetros de escala

Los parámetros de escala (ψ_d, K_s) se obtienen a partir del problema inverso, utilizando la lámina drenada medida y un algoritmo de optimización no lineal de minimización Levenberg-Marquardt (Marquardt 1963). Los incrementos espacio temporales usados durante todo el proceso de simulación son $\Delta z = 0.001 \text{ cm}$ y $\Delta t = 5 \times 10^{-5} \text{ h}$. En la Figura 3 se muestra la evolución de la lámina drenada experimental y la lámina drenada teórica calculada con la solución en diferencias finitas de Chávez *et al.* (2014) usando la capacidad de almacenamiento variable, condición de radiación fractal en los drenes y el modelo de poro de la media geométrica. Para linealizar las condiciones de frontera se introduce una generalización del coeficiente de conductancia (κ) (ver Zavala *et al.* 2007) mismo que es optimizado. El contenido volumétrico de agua residual es asimilado como cero ($\theta_r = 0.0 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$).

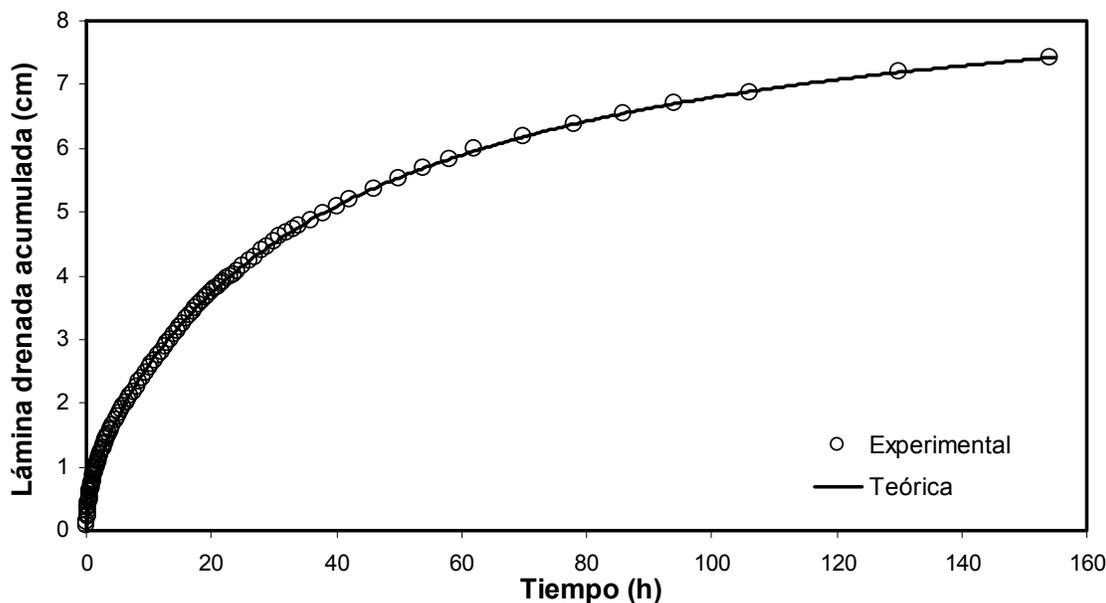


Figura 3. Evolución de la lámina drenada experimental y la lámina drenada calculada

Análisis del contenido de sales

Durante el proceso de drenaje del módulo, se realizaron mediciones del pH, temperatura y la conductividad eléctrica de las muestras de agua, a intervalos de tiempo definidos. El sensor utilizado para realizar las mediciones es un sensor CONDUCTRONIC PC 18. Los valores de conductividad eléctrica se realizaron a la temperatura registrada con el sensor. No obstante para cuantificar de buena manera la conductividad es importante llevarlo a un valor estándar de 25°C, por lo que los valores se tuvieron que corregir. El factor de corrección utilizado de acuerdo con Villareal y Bello (1964) es de 2-3% por cada grado centígrado en que se mida por debajo de la temperatura estándar. Tomando el promedio (2.5%), los resultados son mostrados en la Figura 4.

De acuerdo con Villareal y Bello (1964), la relación entre la conductividad eléctrica y la concentración es:

$$C = 640 \times CE \tag{16}$$

donde C es la concentración expresada en (mg/l) y CE es la conductividad eléctrica expresada en (dS/m) o (mmhos/cm).

Al aplicar la ecuación (16) a los datos medidos se obtiene la variación de la concentración a través del tiempo expresada en gramos por litro (Figura 4).

Utilizando la solución numérica para el transporte de solutos, acoplado a la ecuación de Boussinesq para simular el comportamiento de la concentración en el perfil del suelo, se utilizan los parámetros hidráulicos, obtenidos del análisis

anterior. El valor desconocido de la solución, coeficiente de dispersividad (λ), es estimado con el procedimiento de mínimos cuadrados. La condición inicial dada al sistema es la medida en la muestra inicial ($C_{ini} = 2.4 \text{ g/l}$), tomada como constante en todo el sistema, y se estableció una condición de radiación en la frontera de los drenes. El valor de la dispersividad que minimiza la suma de cuadrados de los errores es $\lambda = 91.80 \text{ cm}$, con un error cuadrático medio entre los valores observados y los medidos en el módulo de drenaje $ECM = 0.1063 \text{ g/l}$. La evolución de la concentración estimada con la solución en diferencias finitas y la concentración medida se muestran en la Figura 4.

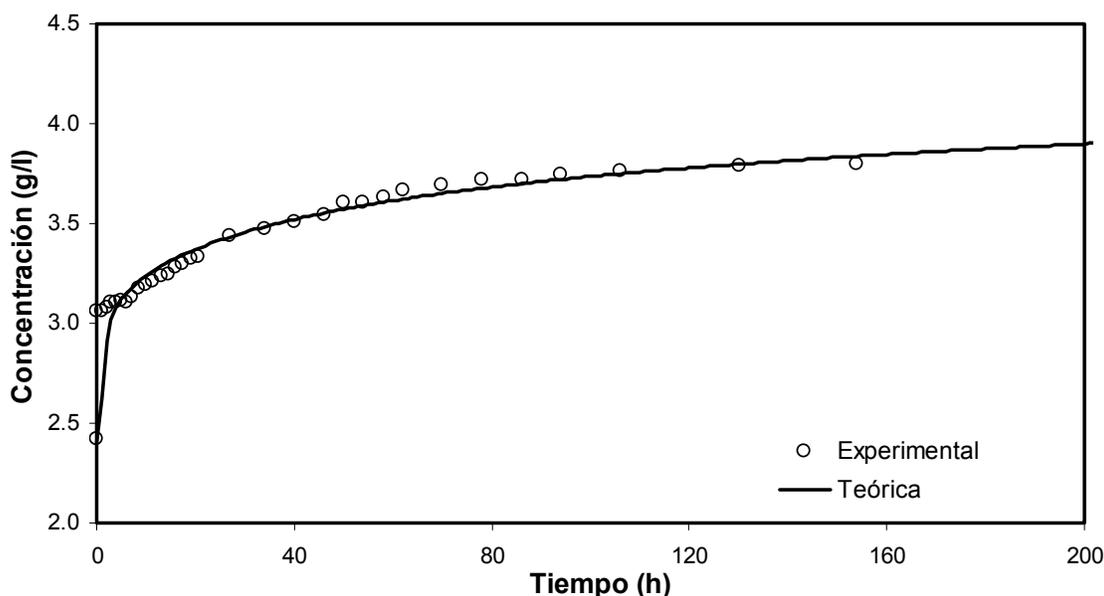


Figura 4. Evolución de la concentración de sales medida y estimada con la solución numérica

Los resultados mostrados en la Figura 4 indican que la estimación de la concentración de sales en los drenes en el tiempo es aceptable. Las diferencias entre la concentración estimada con la solución es mínima, esto se ve reflejado en el ECM. La evolución teórica de la concentración muestra que en los tiempos cortos, cuando el flujo de agua es mayor, la concentración del contenido de sales se incrementa fuertemente, y en los tiempos largos tiende a una asintota, lo cual indica que el sistema no puede continuar extrayendo sales del sistema. Sin embargo, como se ve, en los tiempos largos el parámetro obtenido sobre estima los datos medidos. Cuenta tenida de lo anterior, se procedió a realizar una segunda optimización, pero ahora con la masa acumulada.

Para obtener la masa acumulada es necesario obtener el gasto de solutos. El gasto de solutos, Figura 5, es estimado multiplicando el gasto hidráulico por la concentración de sales medida en el intervalo de tiempo. Con el gasto de solutos,

se estima la masa de solutos acumulada, multiplicando el gasto de solutos por el intervalo de tiempo (Figura 5).

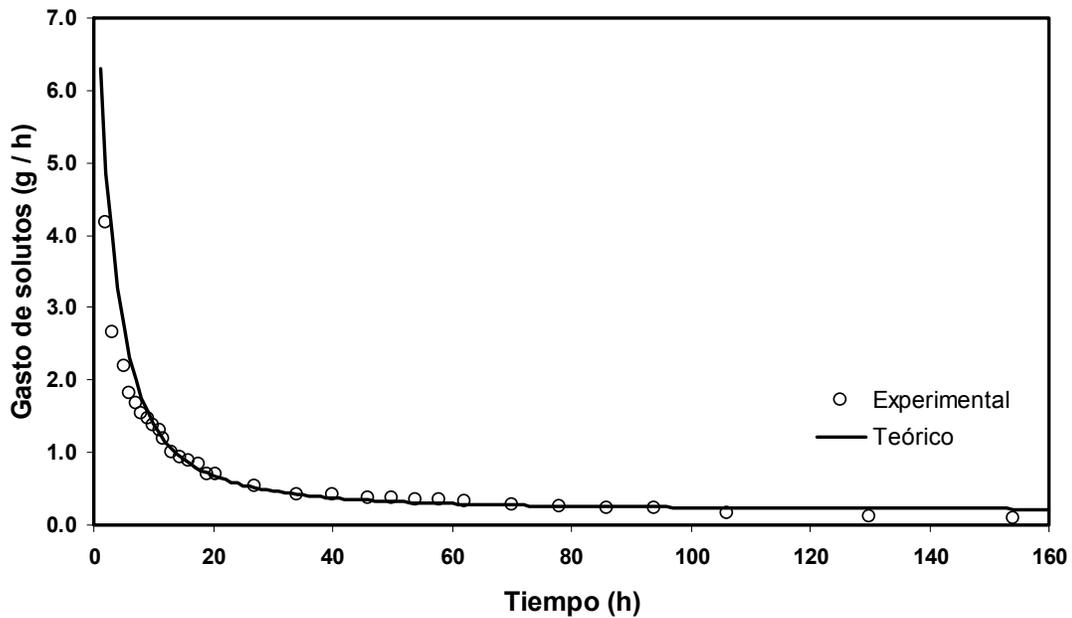


Figura 5. Gasto de solutos (g/h) del sistema de drenaje

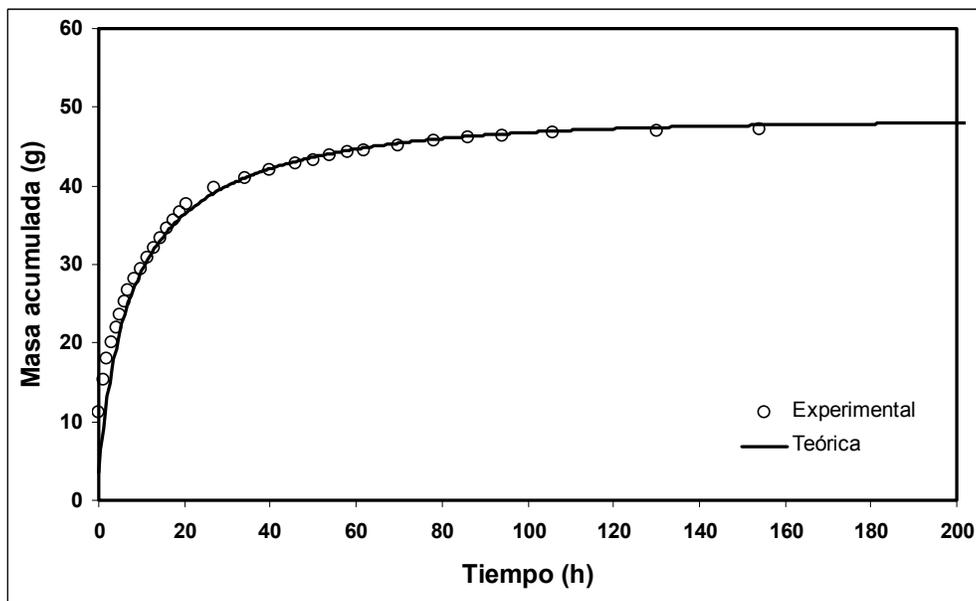


Figura 6. Evolución de la masa acumulada con la solución numérica

Puede verse que las curvas teóricas reproducen de buena manera los datos experimentales. La discrepancia en algunas partes de la gráfica puede deberse al intervalo de tiempo en el que se realizó la medida del gasto y la concentración, pero en general, la reproducción de los datos experimentales con la solución es aceptable. El error cuadrático medio para el gasto de solutos corresponde a



ECM = 0.1842 g/l, mientras que para la masa acumulada el error corresponde a ECM = 0.1104 g. El gasto de solutos decrece rápidamente, de la tal manera que 20 horas después de haber iniciado el drenaje ha disminuido 5 órdenes de magnitud. En los tiempos largos, el comportamiento del gasto tanto teórico como experimental tiende a ser constante.

El valor de la dispersividad λ que minimiza la suma de cuadrados de los errores es $\lambda = 98.03$ cm con un error cuadrático medio ECM = 0.1010 g. Puede verse que el valor de la dispersividad para esta optimización respecto a la anterior (concentración) tuvo un incremento del orden de 6 cm.

El ajuste del modelo con la masa acumulada nota un ligera mejoría con relación a la concentración, esto puede verse en la disminución de los valores del error cuadrático, esta disminución es debida a que se toma en cuenta el gasto de los solutos por unidad de tiempo y la masa de solutos se va acumulando en el tiempo, mientras que en la concentración se tiene solamente una medida puntual en gramos por litro a intervalos de tiempo, y no la acumulada. No obstante, utilizar la concentración de sales en el agua como primer estimador de la dispersividad por el método inverso es aceptable, ya que da una idea de los parámetros del sistema.

Conclusiones

Se utiliza la ecuación unidimensional de advección-dispersión para modelar la evolución temporal de la concentración de sales evacuadas por un sistema de drenaje agrícola con el método de diferencias finitas. La solución requiere de los valores del flujo de agua previamente obtenidos con la solución de la ecuación de Boussinesq. Los parámetros de escala se obtuvieron mediante el problema inverso a partir de la lámina drenada. La reproducción de la concentración de sales totales se realizó con la concentración de sales totales y la masa acumulada, optimizando la dispersividad. Siendo la optimización de la masa acumulada la que dio mejores resultados en cuanto al criterio de error cuadrático medio entre los valores teóricos y experimentales, ya que es una propiedad integrada en el tiempo y la concentración es observada a niveles puntuales. La solución utilizada acoplada a la ecuación de Boussinesq, reprodujo de manera satisfactoria los datos medidos, tanto en los tiempo cortos, donde se la variación de la concentración es fuerte, como en los tiempos largos donde los valores de la concentración tienden a una asíntota. Este valor asíntótico de la concentración depende de la separación entre drenes del sistema de drenaje agrícola. Finalmente, para el diseño de los sistemas de drenaje parcelario en sitios con problemas de salinidad, es necesario tener en consideración la concentración inmediata de sales a la que se quiere llevar al suelo para poder sembrar un determinado cultivo, ya que una mala elección en el cálculo de la separación entre drenes puede ocasionar que la disminución de la concentración de sales en el perfil producto del lavado del suelo tarde más de lo esperado. En consecuencia, la resolución de las ecuaciones diferenciales de los procesos de transferencia de agua y transporte de solutos, y la caracterización hidrodinámica del suelo en un sistema de drenaje agrícola subterráneo, será una



herramienta útil para el diseño de nuevos sistemas que permitan el desarrollo óptimo de los cultivos en función de sus necesidades hídricas y del grado de tolerancia a la salinidad.

Referencias bibliográficas

- Boussinesq J. (1904). Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur le débit des sources. J. Math. Pure. Appl. 5me. Ser. 10, 5-78.
- Chávez C., Fuentes C., Brambila F. y Castañeda A. (2014). Numerical solution of the Boussinesq equation: Application to the agricultural drainage. Journal of Agricultural Science and Technology. Vol. 16: 1375-1388.
- CONAGUA. (2015). Estadísticas del Agua en México. México. D.F. pp. 17-117.
- Dumm L. (1954). Drain spacing formula. Agric. Engi. 35, 726-730.
- Feuchter A.F.R. (2000). Rescate de suelos salinos mediante bioingeniería. Centro Regional Universitario del Noreste. Universidad Autónoma Chapingo. Ciudad Obregón, Sonora. México.
- Fragoza F., Fuentes C., Zavala M., Zataráin F., Saucedo H. y Mejía E. (2003). Drenaje agrícola subterráneo con capacidad de almacenamiento variable. Ing. Hidráulica en Méx. 18 (3), 81-93.
- Fuentes C., Brambila F., Vauclin M., Parlange J.-Y. y Haverkamp R. (2001). Modelación fractal de la conductividad hidráulica de los suelos no saturados. Ing. Hidráulica en Méx. 16(2), 119-137.
- Fuentes C., Haverkamp R. y Parlange J.-Y. (1992). Parameter constraints on closed-form soil-water relationships. J. Hydrol. 134, 117-142.
- Fuentes C., Namuche R., Rendón L., Patrón R., Palacios O., Brambila F. y González A. (1997). Solución de la ecuación de Boussinesq del régimen transitorio en el drenaje agrícola bajo condiciones de radiación: el caso del Valle del Carrizo, Sinaloa. Hermosillo, México. Memorias. VII Congreso Nacional de Irrigación. Hermosillo, Sonora. 22 al 27 de octubre, 1997, pp. 3-141 a 3-145.
- Fuentes C., Zavala M. y Saucedo H. (2009). Relationship between the Storage Coefficient and the Soil-Water Retention Curve in Subsurface Agricultural Drainage Systems: Water Table Drawdown. J. Irrigation and Drainage Engi. 135(3), 279-285.
- Van Genuchten M. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of the unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Amer. J. 44, 892-898.



Zataráin F., Fuentes C., Palacios V.O.L., Mercado E.J., Brambila F. y Villanueva N. (1998). Modelación del transporte de agua y de solutos en el suelo. *Agrociencia* 32(4), 373-383.

Zavala M., Fuentes C. y Saucedo H. (2004). Radiación fractal en La ecuación de Boussinesq del drenaje agrícola. *Ing. Hidráulica en Méx.* 19(3), 103-111.

Zavala M., Fuentes C. y Saucedo H. (2007). Nonlinear radiation in the Boussinesq equation of agricultural drainage. *J. Hydrol.* 332(3), 374-380.