



Artículo: COMIIR-16022

## II CONGRESO NACIONAL DE RIEGO Y DRENAJE COMIIR 2016

Chapingo, Edo. de México, del 08 al 10 de septiembre

### DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE CORTE EN UN FLUJO DE CANAL ABIERTO DE BAJA PENDIENTE

Ángel Mendoza González<sup>1\*</sup>; Ariosto Aguilar Chávez<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Posgrado en Ingeniería Civil/Hidráulica, UNAM; Paseo Cuauhnáhuac 8532, 62550 Jiutepec, Morelos, México. mendoza.gonzalez.angel@gmail.com. (\*Autor de correspondencia).

<sup>2</sup>Subcoordinador de Posgrado. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua; Paseo Cuauhnáhuac 8532, 62550 Jiutepec, Morelos, México.

#### Resumen

En la práctica de la ingeniería hidráulica un dato muy importante es el valor del esfuerzo de corte, para diferentes condiciones de rugosidad en la pared. En este trabajo se muestra una metodología para determinar en forma experimental los valores de estos esfuerzos y su correlación con la forma del perfil de velocidades. La metodología de trabajo fue determinar la velocidad del flujo a diferentes alturas, iniciando lo más cercano a la pared, con una celda global de medición de 20 mm y una local de 1mm. La metodología estadística para determinar el parámetro de velocidad de corte ( $U_*$ ), considera que la ley logarítmica es un modelo adecuado para representar la zona intermedia y exterior (Nezu & Nakagawa, 1993) y los resultados muestran lo adecuado de este argumento. El valor de corte obtenido en la región intermedia permitió el trazo de la zona de amortiguamiento (Van Driest, 1956). La estación experimental fue el laboratorio de hidráulica del Posgrado del IMTA y los rangos de flujo medio fueron de 0.6 a 0.7 m/s y un tirante 0.09 a 0.12 m y se utilizó un velocímetro acústico de efecto Doppler (ADV). Los resultados obtenidos fueron muy satisfactorios y permitieron establecer la reproducibilidad de la prueba en la estimación del esfuerzo cortante en un canal de fondo liso. En una siguiente etapa de investigación se propondrá cambiar la rugosidad de fondo, para analizar el comportamiento en un canal de rugosidad incompleta o completa.

**Palabras clave adicionales:** ADV, ley logarítmica, fondo liso.



## Introducción

De los experimentos Osborne Reynolds (Panton, 2005) los flujos se clasifican como laminar y turbulento. En caso de flujos a superficie libre por la característica del escurrimiento solo se tiene la condición turbulenta o turbulenta totalmente desarrollada, ya sea en ríos, lagos, estuarios o el océano. Casi en todas las estructuras hechas por el hombre, tales como vertedores, canales de transporte, redes de riego, sistemas de suministro de agua, alcantarillas, puertos y obras fluviales los flujos turbulentos están presentes.

Un tema muy importante a estudiar, en hidráulica y mecánica de fluidos, es la formación de estructuras turbulentas transversales a la sección y se conocen como flujos secundarios a la dirección principal del escurrimiento. Los aspectos teóricos de estructuras turbulentas han sido explorados usando la teoría estadística de turbulencia para flujos uniformes y completamente desarrollados en canales anchos. Para el caso de canales estrechos, algunos investigadores han estudiado bajo qué condiciones las corrientes secundarias aparecen en toda la sección del canal, encontrando una relación de aspecto  $b/h \leq 5$  (donde  $b$  es el ancho del canal,  $h$  es la profundidad), dicha relación indica cuándo un flujo puede ser considerado bidimensional o tridimensional por el efecto de dichas corrientes.

Una investigación a detalle de las estructuras turbulentas en canales requiere una evaluación precisa de la velocidad de corte  $U_*$ . La velocidad de corte puede ser determinada por varios métodos, sin embargo, el objetivo de este trabajo fue determinarla mediante un análisis estadístico haciendo uso de la distribución de velocidad media  $U(y)$  en conjunto con la ley logarítmica, con la finalidad de establecer la precisión en el cálculo de esta velocidad en comparación con el modelo clásico de esfuerzo cortante  $U_* = \sqrt{gRS}$ .

Para medir el flujo medio y las fluctuaciones turbulentas existen diversos equipos y procesos instrumentales para determinarlas, en este caso se hizo uso de un Velocímetro Acústico Doppler (ADV) llamado comercialmente "Vectrino Profiler" de la empresa ©Nortek AS, con capacidad de muestreo de 1-100 Hz.

## Determinación de la velocidad de corte

De acuerdo con Nezu (1993) la velocidad de corte puede ser determinada por varios métodos, siendo algunos de ellos los siguientes:

1.  $U_*$  puede ser evaluada por medio de la pendiente del canal  $S \equiv \sin \theta = I_g$  bajo las condiciones de flujo normal y uniforme, es decir,  $dy/dx = 0$ , como sigue:

$$U_* = \sqrt{gRS} \quad (1)$$



Donde  $R$  representa el radio hidráulico,  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $S$  representa la pendiente del fondo.

2.  $U_*$  puede ser determinada de la medición de distribución de velocidad media  $U(y)$  en conjunto con la ley logarítmica:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + A \quad (2)$$

3.  $U_*$  puede ser determinada de la medición de distribución de los esfuerzos de Reynolds  $-\overline{uv}(y)$ , en conjunto con la siguiente ecuación:

$$\frac{\tau}{\rho} = -\overline{uv} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} = U_*^2 \left(1 - \frac{y}{h}\right) \quad (3)$$

4. Si una subcapa viscosa existe,  $U_*$  puede ser determinada de la medición de distribución de velocidad de la misma, con la ayuda de la siguiente expresión:

$$U^+ = y^+ \quad (4)$$

5. Finalmente,  $U_*$  puede ser determinada mediante mediciones directas del esfuerzo de corte con un tubo Preston.

El primer método es el más simple, y ha sido utilizado en investigaciones de turbulencia por muchos investigadores, sin embargo, la precisión de la expresión (1) depende directamente de las ondulaciones del fondo del canal por pequeñas que sean y de la superficie de agua misma, aunado a esto, el efecto de corrientes secundarias puede generar una modificación de este parámetro global del flujo, por lo tanto, dicha expresión no es adecuada para la evaluación de características turbulentas o flujos secundarios.

En general el método (3) es el más apropiado para la investigación turbulenta, porque este modelo se obtiene en forma teórica y estima la correlación turbulenta de los esfuerzos de Reynolds.

El método (2) se usa con frecuencia para flujos de canales y se asume que la constante de von Karman es  $\kappa = 0.4$ , aunque algunos autores definen valores diferentes de esta constante, y la constante integración es  $A = 5.5$ . Estos valores los determinó Nikuradse para flujos en tubos lisos (Nezu & Nakagawa, 1993). Los valores de estas dos constantes han sido muy estudiados y algunos autores reportan los siguientes valores:

1.  $\kappa = 0.41$  y  $A = 5.0$  en la capa límite por Coles (1968)
2.  $\kappa = 0.41$  y  $A = 5.17$  en flujos de canales cerrados por Dean (1978)



3.  $\kappa = 0.41$  y  $A = 5.2$  en capa limite por Brederode & Bradshaw (1974)
4.  $\kappa = 0.41$  y  $A = 5.29$  en flujos de canales abiertos por Nezu & Rodi (1986)

En el desarrollo de este trabajo se utilizó el método (2) que comprende la determinación de la distribución de la velocidad media, en este caso de la zona cercana a la pared, midiendo aproximadamente 20 mm en subceldas de 1 mm. La ecuación (2) correspondiente a la ley logarítmica considerando los valores obtenidos por Nezu & Rodi (1986) se muestra a continuación:

$$U^+ = \frac{1}{0.41} \ln y^+ + 5.29 \quad (5)$$

Donde  $U^+ = U/U_*$  y  $y^+ = U_*y/\nu$ , siendo  $U$  la velocidad media,  $U_*$  la velocidad de corte,  $y$  la distancia al fondo y  $\nu$  la viscosidad cinemática del agua.

La velocidad de corte se determinó con la expresión:

$$U_* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{*i} \quad (6)$$

Donde  $U_{*i}$  velocidad de corte en cada subcelda ( $i$ ), y  $n$ , número de subceldas. Con lo anterior se tienen los valores de velocidad de corte a lo largo de la distribución de la velocidad. Para estimar el valor de corte en cada subcelda se utilizó el siguiente modelo:

$$U_{*i} = \frac{\frac{1}{T} \sum_j^m U_{i,j}}{\frac{1}{\kappa} \ln \frac{U_{*i} y_i}{\nu} + 5.29} \quad (7)$$

Donde  $U_{i,j}$ , registro de velocidades fluctuantes;  $T$ , tiempo de muestreo, y  $m$ , número de muestras de velocidad en cada subcelda ( $i$ ).

La expresión (7) no tiene una solución explícita respecto el valor de la velocidad de corte. Para obtener la velocidad de corte se desarrolló un algoritmo numérico de punto fijo, con ayuda del software matemático MATLAB R2015b®. Para verificar que los datos experimentales de  $U_{*i}$  tienen una medida de tendencia central, se calculó la desviación estándar para observar la dispersión de los datos  $U_{*i}$  con respecto a la media  $U_*$  mediante la siguiente expresión:

$$s(q) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (U_{*i} - U_*)^2} \quad (8)$$



Por el tamaño de muestra de velocidades medidas para un intervalo de confianza al 95%, el valor de  $s(q)$  se multiplica por un factor  $k = 2$ .

### Distribución de la velocidad media

En la literatura se encuentran diversos modelos para la distribución de velocidad, sin embargo, el más utilizado por diversos de investigadores, por la validez de resultados experimentales es el modelo de von Karman y este indica la presencia de tres zonas del flujo,

$$U^+ = y^+ \quad \rightarrow \quad 0 \leq y^+ < 5 \quad (9)$$

$$U^+ = 5 \ln y^+ - 3.05 \quad \rightarrow \quad 5 \leq y^+ < 30 \quad (10)$$

$$U^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5 \quad \rightarrow \quad 30 \leq y^+ \quad (11)$$

La primera  $0 \leq y^+ < 5$  se conoce como subcapa laminar o viscosa, la segunda  $5 \leq y^+ < 30$  la capa de amortiguamiento y finalmente  $30 \leq y^+$  la capa turbulenta.

Las expresiones (9) y (11) han mostrado gran validez de acuerdo a resultados experimentales por diversos investigadores, sin embargo, para el caso de la ecuación (10) correspondiente a la zona de transición, se han realizado una serie de modelos donde se ve implicada la teoría de longitud de mezcla, formulación elaborada por Prandtl (1925), siendo,

$$-\overline{uv} = l^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (12)$$

Donde  $l$  es la longitud de mezcla. Sustituyendo (12) en (3), se obtiene lo siguiente:

$$\frac{dU^+}{dy^+} = \frac{2(1 - \xi)}{1 + \sqrt{1 + 4l^{+2}(1 - \xi)}} \quad (13)$$

En la cual  $l^+ = U_* y / \nu$ . Integrando la ecuación (13) con la suposición de que el modelo de longitud de mezcla es adecuado para todas las regiones, ya sea desde la subcapa viscosa hasta la completamente turbulenta, pasando por la zona de amortiguamiento. Entonces el modelo de longitud de mezcla según Prandtl tiene una distribución lineal:

$$l = \kappa y \quad (14)$$

Por otro lado, van Driest (1956) introdujo una función de amortiguamiento en la distribución lineal de la longitud de mezcla, para describir el efecto viscoso cerca de la pared, y propuso las siguientes relaciones:

$$l = \kappa y \cdot \Gamma \quad (15)$$

$$\Gamma = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{B}\right) \quad (16)$$

En donde  $\Gamma$  es la función de amortiguamiento y  $B$  el coeficiente de amortiguamiento. De acuerdo a resultados, el modelo de van Driest reproduce muy bien los valores experimentales del perfil de velocidad en flujos subcríticos, con un valor del coeficiente de amortiguamiento  $B$  igual a 26. Este valor fue utilizado para analizar las pruebas de este estudio.

### Equipo experimental

Las mediciones de velocidad fueron desarrolladas en el canal experimental de pendiente variable del laboratorio de Hidráulica del Posgrado del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, las dimensiones del canal son de 0.245 m de ancho, 0.5 m de alto y 5 m de longitud (Figura 1). Dicha estación experimental cuenta con una bomba de 10 hp con la cual se satisface el gasto que circula por la misma y con un vertedor triangular para el aforo del caudal que circula, calibrado con la norma ISO 1438:2008 (2008).



Figura 1. Canal experimental de pendiente variable.

Para la medición de las velocidades instantáneas se utilizó un Velocímetro Acústico de efecto Doppler (ADV, Vectrino Profiler) de la marca ©Nortek AS, con una capacidad de muestreo de 1-100 Hz y tamaño máximo de volumen de control de 30 mm, montado en un tren de remolque para el movimiento del mismo a lo largo del canal.

Las pruebas fueron realizadas manteniendo una pendiente constante en el canal  $S = 0.00106$ , cambiando únicamente el gasto de circulación mediante el uso de la válvula localizada en la tubería de alimentación. El dispositivo se posicionó de tal manera que en la sección de medición el flujo fuera uniforme y completamente



desarrollado. La superficie libre de agua fue estable para cada uno de los gastos de prueba, es decir, no presento ondulaciones, siendo  $dy/dx \approx 0$ .

## Análisis y discusión de resultados

### Pruebas

En el estudio experimental se realizaron varias series experimentales y se muestran al menos tres series que se consideran significativas y se muestran en el cuadro (1).

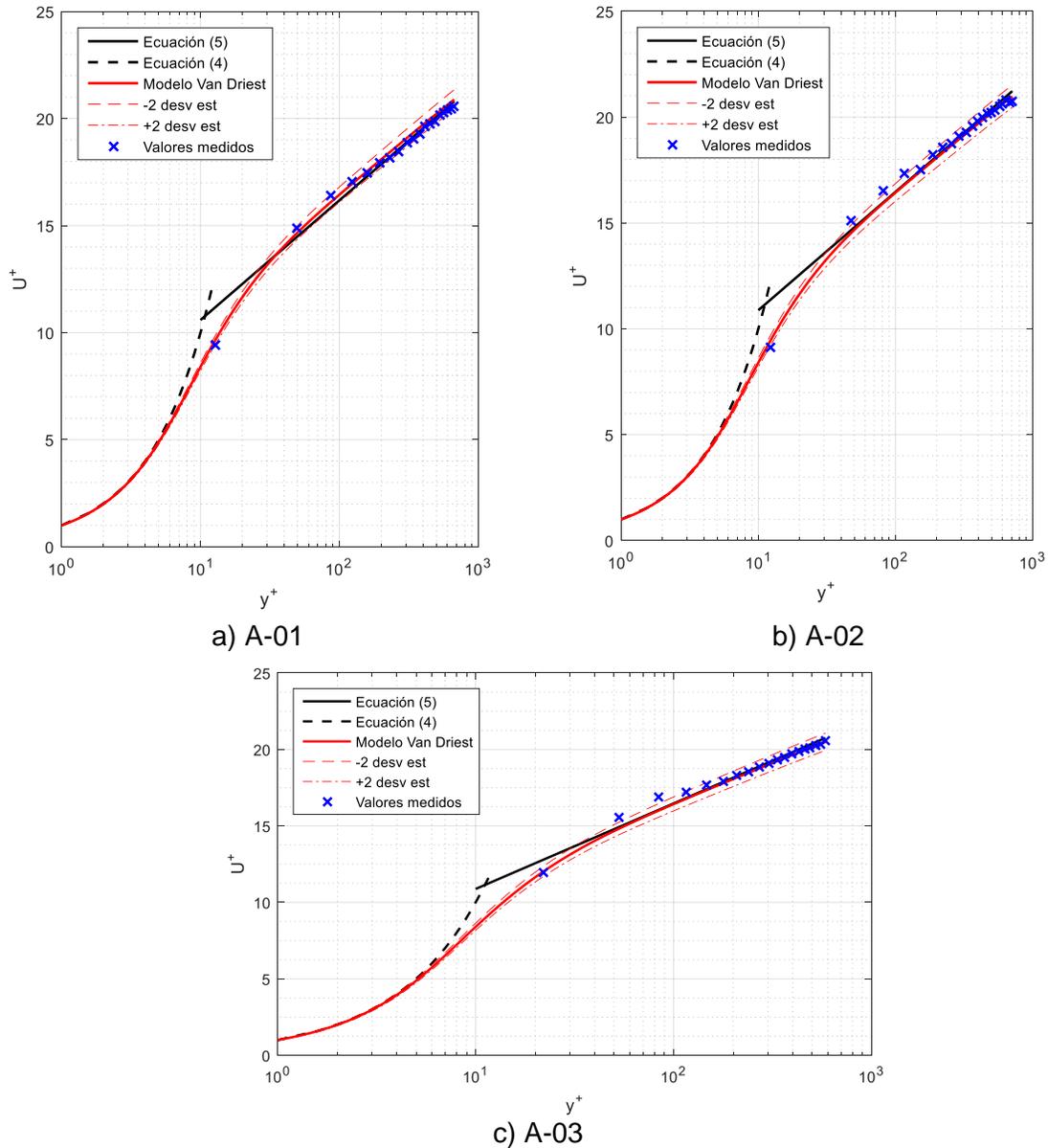
**Cuadro 1.** Condiciones experimentales

Caso	Pendiente $S$	Tirante del flujo $h$ (cm)	Relación de aspecto $b/h$	Velocidad media $U_m$ (cm/s)	Velocidad de corte $U_*$ (cm/s)	Numero de Froude $F$	Numero de Reynolds $R$	Caudal (l/s)
A-01	0.00106	11.7	2.09	70.88	3.66	0.66	42417.79	20.3
A-02	0.00106	10.7	2.28	65.96	3.48	0.64	37673.67	17.3
A-03	0.00106	9.3	2.63	68.44	3.12	0.72	36180.60	15.6

El número de Reynolds y Froude fueron calculados con las expresiones con  $R = U_m R/\nu$  y  $F = U_m/\sqrt{g Y}$  respectivamente.

En todas las pruebas el flujo fue completamente desarrollado y turbulento, presentándose por la pendiente establecida régimen subcrítico. La frecuencia de muestreo utilizada fue de 10 Hz con tiempo de grabación de 20 segundos

Los resultados del cálculo de la velocidad de corte y los modelos para representar los perfiles de velocidad con la estimación de la velocidad de corte y longitud de mezcla, comparados con los datos experimentales se muestran en la figura 2. En el caso **A – 01** se observó una separación entre la ecuación (5) correspondiente a la ley logarítmica y el modelo de van Driest, lo cual implica una disminución en el factor de amortiguamiento  $B$ , ocasionado por el aumento de la velocidad de corte en comparación con los casos **A – 02** y **A – 03**, en los cuales el valor de  $B$  igual a 26, indicó una buena representación del perfil de velocidad.



**Figura 2.** Perfiles adimensionales de velocidad

### Conclusiones

El análisis de la información experimental, indica que los valores utilizados de la constante de von Karman  $\kappa = 0.41$  y la constante integral  $A = 5.29$  de la ley logarítmica son precisos para el caso de flujos en canales abiertos de baja pendiente y de fondo liso. El coeficiente de amortiguamiento del modelo de van Driest debe reducirse, en relación con el aumento de la velocidad de corte tal como lo indicaron los resultados, un valor de  $B < 26$ .



La determinación de la velocidad de corte mediante el análisis estadístico de la distribución de velocidad media resulta precisa, debido a la cantidad de puntos medidos en la zona turbulenta, ya que no fue posible medir en la zona viscosa y no fueron muchos los puntos medidos en la zona de amortiguamiento.

La siguiente etapa experimental consiste en realizar el estudio incluyendo rugosidad artificial, valores menores a 2 mm, con la cual se espera tener mediciones en la zona cercana a la pared y obtener el comportamiento de la subcapa viscosa.

### Referencias bibliográficas

- C. Christodoulou, G. (2014). Equivalent Roughness of Submerged Obstacles in Open-Channel Flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 140, 226-230.
- Iehisa, N. (1977). *Turbulent Structure in Open-Channel Flows*. Japan: Department of Civil Engineering.
- ISO 1438:2008. (2008). *Hydrometry - Open channel flow measurement using thin-plate weirs*.
- Nezu, I., & Nakagawa, H. (1993). *Turbulence in open-channel flows*. IAHR/AIRH Monograph.
- Panton, R. (2005). *Incompressible flow* (3a edición ed.). Nueva York: John Wiley & Sons Onc.
- Tominaga, A., & Nezu, I. (1992). Velocity Profiles in Steep Open-Channel Flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 118, 73-90.
- Van Driest, E. (1956). On Turbulent Flow Near a Wall. *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 23(No. 11), 1007-1011.
- W. Knight, D., D. Demetriou, J., & E. Hamed, M. (1984). Boundary Shear in Smooth Rectangular Channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 110(No. 4), 405-422.
- Yang, S.-Q. (2005). Interactions of boundary shear stress, secondary currents and velocity. *Fluid Dynamics Research*, 121-136.